

중학수학

절대강자

개념 연산
2·2

이 책의 구성과 특징

개념

01

이등변삼각형의 성질

1 삼각형의 성질

(1) 이등변삼각형: 두 변의 길이가 같은 삼각형 $\rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$

(2) 이등변삼각형의 성질

① 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다. $\rightarrow \angle B = \angle C$

② 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

$\rightarrow \overline{BD} = \overline{CD}, \overline{BC} \perp \overline{AD}$

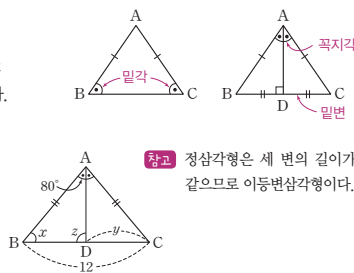
예 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때,

① $\angle C = \angle x$ 이므로

$$80^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ, 2\angle x = 100^\circ \quad \therefore \angle x = 50^\circ$$

② $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $y = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이므로 $\angle z = 90^\circ$

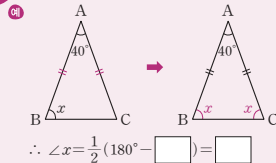


참고 정삼각형은 세 변의 길이가 같으므로 이등변삼각형이다.

이등변삼각형의 성질 (1)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이면 두 의 크기는 같다.

② $\angle B = \text{} = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \text{})$



01 다음은 '이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다.'를 증명하는 과정이다. 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

③

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과

밑변 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하면

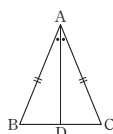
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \text{}$,

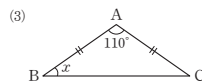
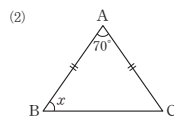
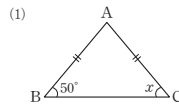
$\angle BAD = \text{}$, 는 공통이므로

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS 합동)

$\therefore \angle B = \text{}$



02 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



1

개념 정리

각 단원에서 꼭 알아야 할 내용을 한눈에 알아보기 쉽게 정리하여 개념을 완벽하게 이해할 수 있습니다.

2

개념 확인

개념을 정확하게 이해하고 있는지 빈칸 채우기 문제로 확인할 수 있습니다.

3

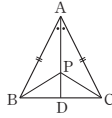
연산 문제

개념을 적용한 다양한 연산 문제를 풀어 보며 계산력을 기르고, 수학에 대한 자신감을 키울 수 있습니다.



내신 도전

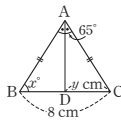
- 01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하고, $\overline{AD}$ 위의 임의의 한 점을 P라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



(정답 2개)

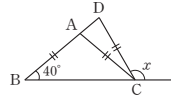
- ① $\overline{AP} = \overline{BP}$ ② $\overline{PB} = \overline{PC}$
 ③ $\overline{BD} = \overline{CD}$ ④ $\angle PAB = \angle PBA$
 ⑤ $\angle PDB = \angle PDC$

- 02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\angle A = 65^\circ$, $\overline{BC} = 8$ cm일 때, $x + y$ 의 값은?



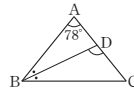
- ① 59.5 ② 60 ③ 61.5

- 04 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DC}$ 이고 $\angle B = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



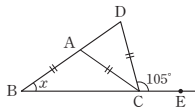
- ① 115° ② 120° ③ 125°
 ④ 130° ⑤ 135°

- 05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 D라 하자. $\angle A = 78^\circ$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 구하시오.



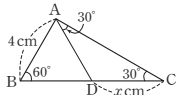
대단원 평가

- 01 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DC}$ 이고 $\angle DCE = 105^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



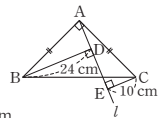
- ① 30° ② 32° ③ 35°
 ④ 38° ⑤ 40°

- 02 오른쪽 그림에서 x 의 값은?

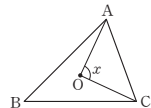


- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 8

- 04 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 ABC의 두 꼭짓점 B, C에서 꼭짓점 A를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 D, E라 하자. $\overline{BD} = 24$ cm, $\overline{CE} = 10$ cm일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하시오.



- 05 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이고 $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 3 : 5$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 100° ② 95° ③ 90°
 ④ 85° ⑤ 80°

4

내신 도전

시험에 자주 출제되는 기본, 핵심 문제를 풀어 보며 실전에 대비할 수 있습니다.

5

대단원 평가

단원을 마무리하며 공부했던 내용을 점검해 봅니다. 한 번 더 실전 문제를 풀어 보며 실력을 확인할 수 있습니다.

절대강자

필수 유형 문제로 실력을 키우려면 →

유형

Contents

I 도형의 성질

1 삼각형의 성질

01 이등변삼각형의 성질	6
02 이등변삼각형이 되는 조건	10
03 직각삼각형의 합동 조건 (1) - RHA 합동	12
04 직각삼각형의 합동 조건 (2) - RHS 합동	14
05 각의 이등분선의 성질	16
06 삼각형의 외심	18
07 삼각형의 외심의 응용	20
08 삼각형의 내심	22
09 삼각형의 내심의 응용	24
10 삼각형의 내심과 접선, 내접원	26
• 내신 도전	28

2 사각형의 성질

11 평행사변의 성질	32
12 평행사변형이 되는 조건	36
13 평행사변형과 넓이	40
14 직사각형	42
15 마름모	44
16 정사각형	46
17 등변사다리꼴	48
18 여러 가지 사각형 사이의 관계	52
19 평행선과 삼각형의 넓이	54
20 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비	56
• 내신 도전	58
• 대단원 평가	62

II 도형의 닮음과 피타고라스 정리

1 도형의 닮음 (1)

01 닮음의 뜻	66
02 평면도형에서의 닮음의 성질	68
03 입체도형에서의 닮음의 성질	70
04 닮은 평면도형의 넓이의 비	72
05 닮은 입체도형의 겉넓이의 비와 부피의 비	74
06 삼각형의 닮음 조건	76
07 직각삼각형의 닮음	81
• 내신 도전	84

2 도형의 닮음 (2)

08 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (1)	86
09 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (2)	88
10 삼각형의 각의 이등분선	90
11 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질	92
12 사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질	94
13 평행선 사이의 선분의 길이의 비	96
14 삼각형의 중선	100
15 삼각형의 무게중심	102
16 삼각형의 무게중심과 넓이	104
• 내신 도전	106
3 피타고라스 정리	
17 피타고라스 정리	108
18 피타고라스 정리의 증명 (1)	110
19 피타고라스 정리의 증명 (2)	112
20 직각삼각형이 될 조건	114
21 직각삼각형에서의 피타고라스 정리의 활용	116
22 사각형에서의 피타고라스 정리의 활용	118
23 직각삼각형의 세 반원 사이의 관계	120
• 내신 도전	122
• 대단원 평가	124

III 확률

1 경우의 수

01 사건과 경우의 수	130
02 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수	132
03 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수	134
04 동전, 주사위 던지기	136
05 한 줄로 세우는 경우의 수	138
06 한 줄로 세울 때, 이웃하여 서는 경우의 수	140
07 자연수 만들기	142
08 대표 뽑기	144
• 내신 도전	146

2 확률

09 확률의 뜻	148
10 확률의 성질	150
11 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률	152
12 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률	154
13 연속하여 꺼내는 경우의 확률	158
14 도형에서의 확률	160
• 내신 도전	162
• 대단원 평가	164



I

도형의 성질

이 단원에서 공부해야 할 필수 개념

1 삼각형의 성질

- 개념 01 이등변삼각형의 성질
- 개념 02 이등변삼각형이 되는 조건
- 개념 03 직각삼각형의 합동 조건(1)-RHA 합동
- 개념 04 직각삼각형의 합동 조건(2)-RHS 합동
- 개념 05 각의 이등분선의 성질
- 개념 06 삼각형의 외심
- 개념 07 삼각형의 외심의 응용
- 개념 08 삼각형의 내심
- 개념 09 삼각형의 내심의 응용
- 개념 10 삼각형의 내심과 접선, 내접원

내신 도전

2 사각형의 성질

- 개념 11 평행사변형의 성질
- 개념 12 평행사변형이 되는 조건
- 개념 13 평행사변형과 넓이
- 개념 14 직사각형
- 개념 15 마름모
- 개념 16 정사각형
- 개념 17 등변사다리꼴
- 개념 18 여러 가지 사각형 사이의 관계
- 개념 19 평행선과 삼각형의 넓이
- 개념 20 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비

내신 도전

대단원 평가

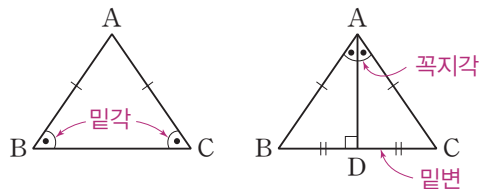


01

이등변삼각형의 성질

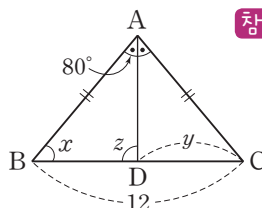
1 삼각형의 성질

- (1) 이등변삼각형: 두 변의 길이가 같은 삼각형 $\rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$
- (2) 이등변삼각형의 성질 ▢ 밀변의 양 끝 각
- ① 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다. $\rightarrow \angle B = \angle C$
- ② 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밀변을 수직이등분한다.
▢ 길이가 같은 두 변이 만나 이루는 각
 $\rightarrow \overline{BD} = \overline{CD}, \overline{BC} \perp \overline{AD}$



예 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때,

- ① $\angle C = \angle x$ 이므로
 $80^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ, 2\angle x = 100^\circ \quad \therefore \angle x = 50^\circ$
- ② $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $y = \frac{1}{2} \times 12 = 6$
 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이므로 $\angle z = 90^\circ$



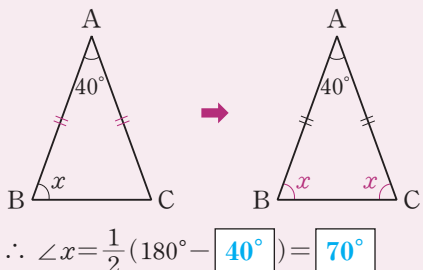
참고 정삼각형은 세 변의 길이가 같으므로 이등변삼각형이다.

이등변삼각형의 성질 (1)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이면 두 밑각의 크기는 같다.

$\rightarrow \angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A)$

예



$\therefore \angle x = \frac{1}{2} (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$

01 다음은 '이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다.'를 증명하는 과정이다. 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

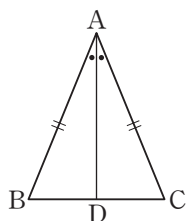
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과
 밑변 BC 의 교점을 D 라 하면
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$,

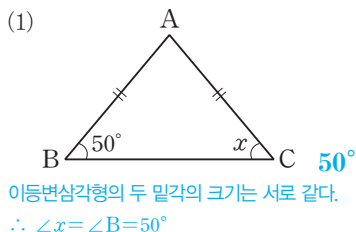
$\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS 합동)

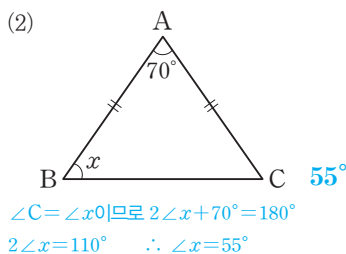
$\therefore \angle B = \angle C$



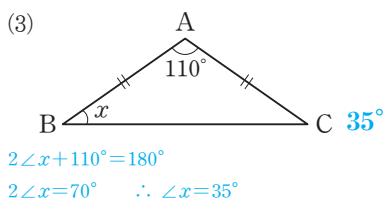
02 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



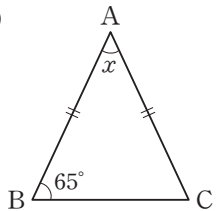
이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다.
 $\therefore \angle x = \angle B = 50^\circ$

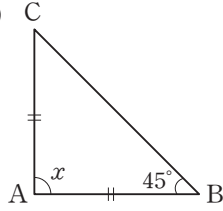


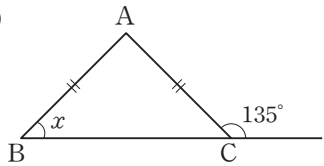
$\angle C = \angle x$ 이므로 $2\angle x + 70^\circ = 180^\circ$
 $2\angle x = 110^\circ \quad \therefore \angle x = 55^\circ$

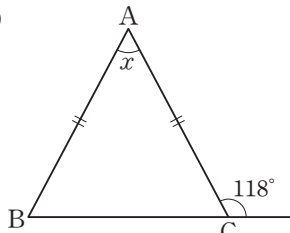


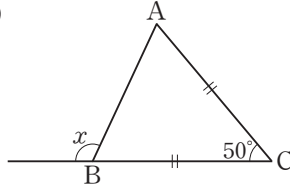
$2\angle x + 110^\circ = 180^\circ$
 $2\angle x = 70^\circ \quad \therefore \angle x = 35^\circ$

- (4) 
 $\angle C = \angle B = 65^\circ$ 이므로 $\angle x + 65^\circ + 65^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 50^\circ$

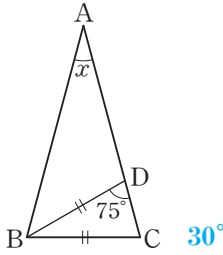
- (5) 
 $\angle C = \angle B = 45^\circ$ 이므로 $\angle x + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 90^\circ$

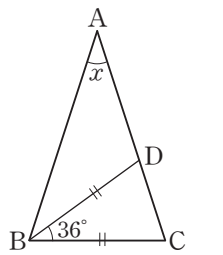
- (6) 
 $\angle x = \angle ACB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

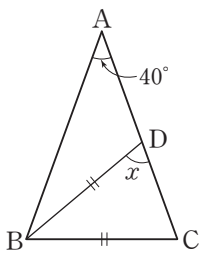
- (7) 
 $\angle ACB = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$ 이므로
 $\angle x = 180^\circ - 2 \times 62^\circ = 56^\circ$

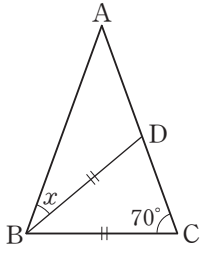
- (8) 
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$ 이므로
 $\angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

03 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

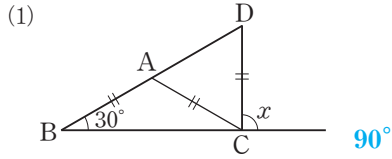
- (1) 
 $\triangle BCD$ 에서 $\angle C = \angle BDC = 75^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$

- (2) 
 $\triangle BCD$ 에서 $\angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$

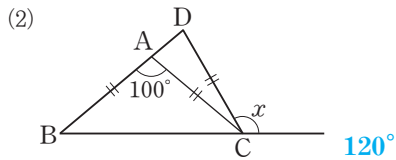
- (3) 
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$
 $\triangle DBC$ 에서 $\angle x = \angle C = 70^\circ$

- (4) 
 $\triangle DBC$ 에서 $\angle BDC = \angle C = 70^\circ$ 이므로
 $\angle DBC = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle C = 70^\circ$ 이므로
 $\angle x = \angle ABC - \angle DBC = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

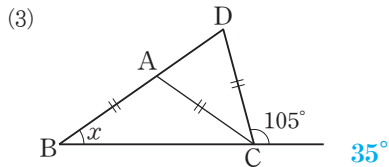
04 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



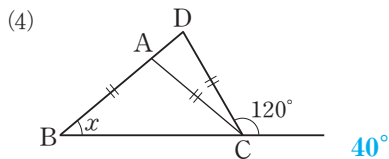
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB=\angle B=30^\circ$
 $\triangle CDA$ 에서 $\overline{CA}=\overline{CD}$ 이므로 $\angle D=\angle CAD=30^\circ+30^\circ=60^\circ$
 $\triangle BCD$ 에서 $\angle x=\angle B+\angle D=30^\circ+60^\circ=90^\circ$



$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로
 $\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$
 $\triangle CDA$ 에서 $\overline{CA}=\overline{CD}$ 이므로
 $\angle D=\angle CAD=180^\circ-100^\circ=80^\circ$
 $\triangle DBC$ 에서 $\angle x=\angle B+\angle D=40^\circ+80^\circ=120^\circ$

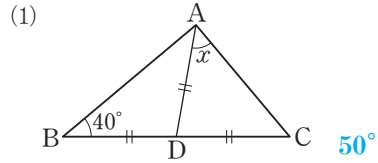


$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB=\angle B=\angle x$
 $\triangle CDA$ 에서 $\angle D=\angle CAD=2\angle x$
 $\triangle BCD$ 에서 $\angle B+\angle D=\angle x+2\angle x=105^\circ$
 $3\angle x=105^\circ \quad \therefore \angle x=35^\circ$

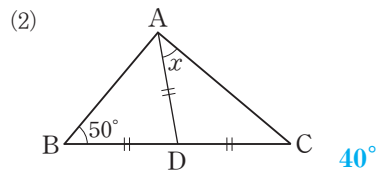


$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB=\angle B=\angle x$
 $\triangle CDA$ 에서 $\angle D=\angle CAD=2\angle x$
 $\triangle BCD$ 에서 $\angle B+\angle D=\angle x+2\angle x=120^\circ$
 $3\angle x=120^\circ \quad \therefore \angle x=40^\circ$

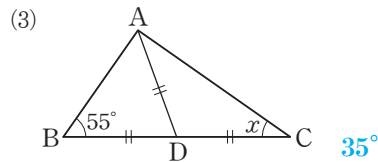
05 다음 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



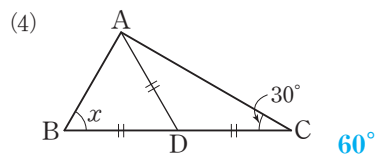
$\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD=\angle B=40^\circ$ 이므로
 $\triangle ADC$ 에서 $\angle ADC=\angle B+\angle BAD=40^\circ+40^\circ=80^\circ$
 $\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$



$\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD=\angle B=50^\circ$ 이므로
 $\triangle ADC$ 에서 $\angle ADC=\angle B+\angle BAD=50^\circ+50^\circ=100^\circ$
 $\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$



$\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD=\angle B=55^\circ$ 이므로
 $\triangle ADC$ 에서 $\angle ADC=\angle B+\angle BAD=55^\circ+55^\circ=110^\circ$
 $\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$



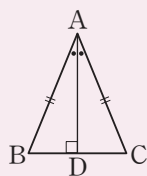
$\triangle DCA$ 에서 $\angle DAC=\angle C=30^\circ$ 이므로
 $\angle ADB=\angle C+\angle DAC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$
 $\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

이등변삼각형의 성질 (2)

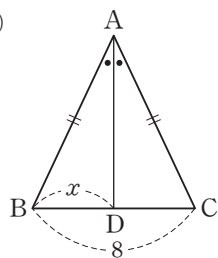
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이면 $\angle A$ (꼭지각)의

이등분선은 밑변을 **수직이등분**한다.

→ $\overline{BD} = \overline{CD}$, $AD \perp \overline{BC}$

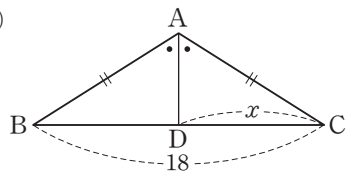
06 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.

(1)



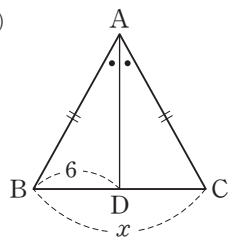
4

(2)



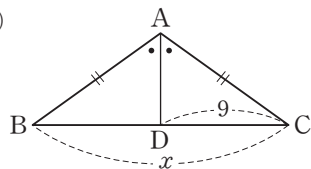
9

(3)



12

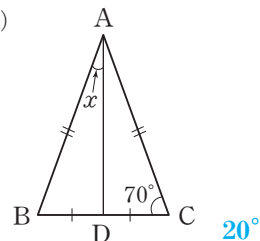
(4)



18

07 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

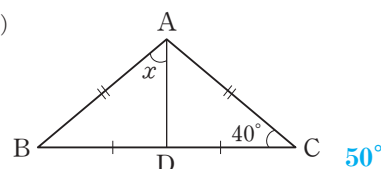
(1)



20°

$\angle B = \angle C = 70^\circ$, $\angle ADB = 90^\circ$ 이므로
 $\angle x + 70^\circ + 90^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$

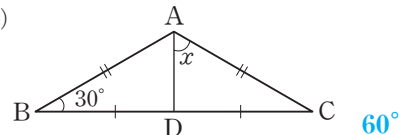
(2)



50°

$\angle x + 40^\circ + 90^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 50^\circ$

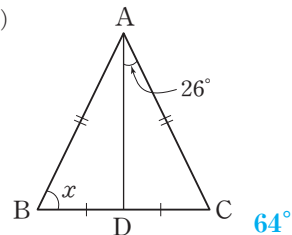
(3)



60°

$\angle x + 30^\circ + 90^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 60^\circ$

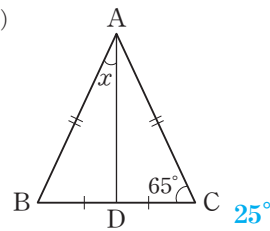
(4)



64°

$\angle x + 26^\circ + 90^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 64^\circ$

(5)



25°

$\angle x + 65^\circ + 90^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 25^\circ$



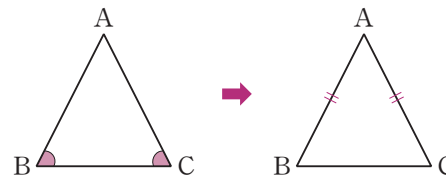
02

이등변삼각형이 되는 조건

1 삼각형의 성질

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

→ $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이면 $\overline{AB} = \overline{AC}$

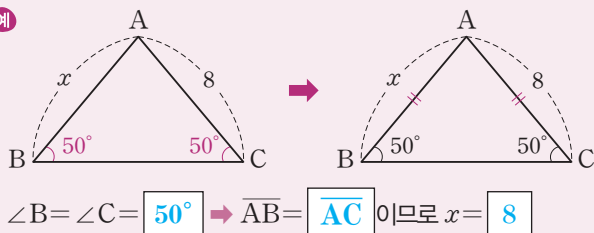


이등변삼각형이 되는 조건

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이면 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인

이등변삼각형이다.

예



01 다음은 ' $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.'를 삼각형의 합동 조건을 이용하여 증명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

증명

$\angle B = \angle C$ 인 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle A$ 의 이등분선과 밑변 BC 의
 교점을 D 라 하면

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\angle B = \angle C$ ㉠

$\angle BAD = \angle CAD$ ㉡

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

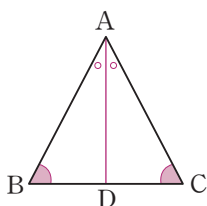
㉠, ㉡에서 $\angle ADB = \angle ADC$ ㉢

$\overline{AD}$ 는 공통 ㉣

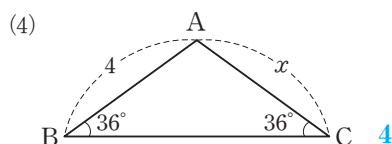
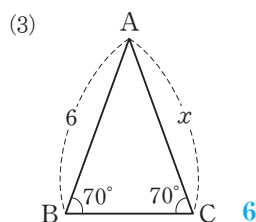
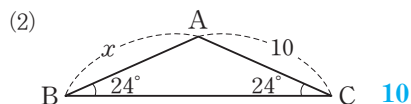
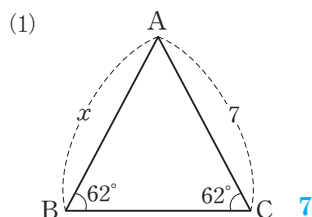
㉡, ㉢, ㉣에 의하여

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (ASA 합동)

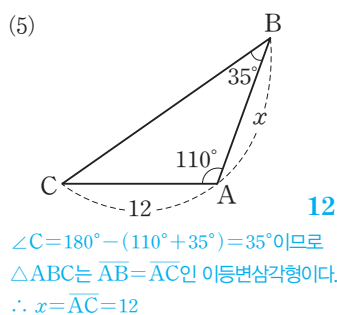
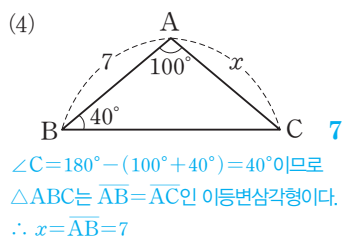
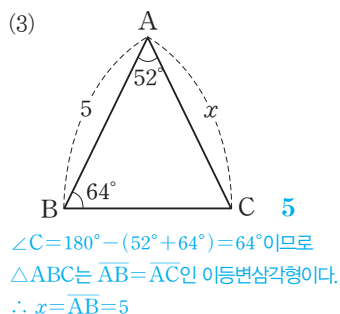
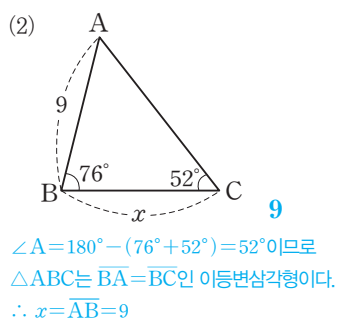
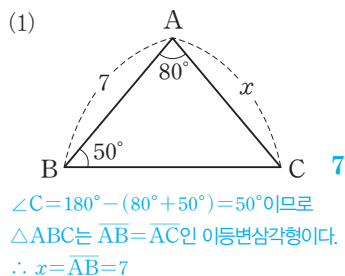
$\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$



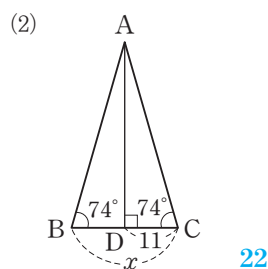
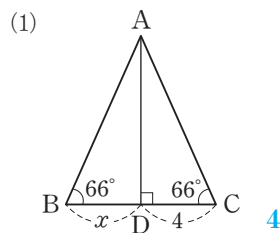
02 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



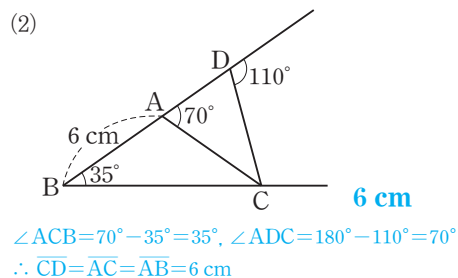
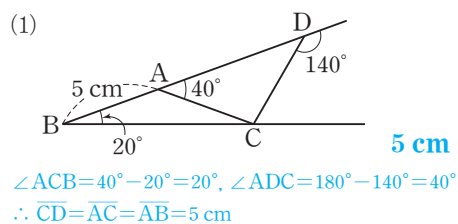
03 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



04 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



05 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 의 길이를 구하시오.





03

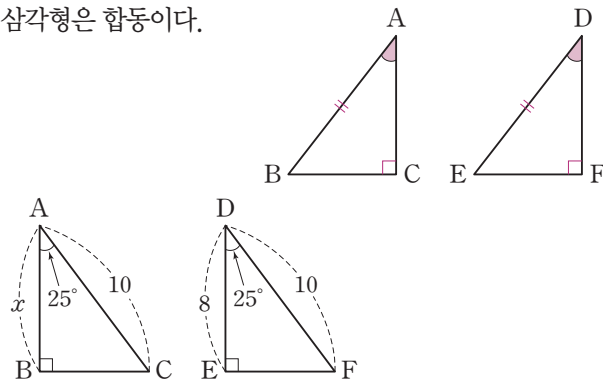
직각삼각형의 합동 조건 (1) - RHA 합동

삼각형의 성질

빗변의 길이(H)와 한 예각(A)의 크기가 각각 같은 두 직각(R)삼각형은 합동이다.

→ $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$ 이면
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (RHA 합동)

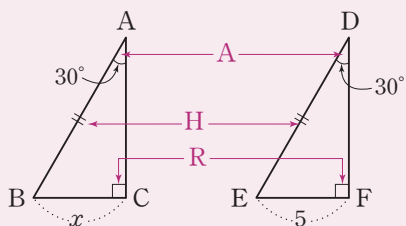
예 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle B = \angle E = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{DF} = 10$, $\angle A = \angle D = 25^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (RHA 합동)
 $\therefore x = \overline{AB} = \overline{DE} = 8$



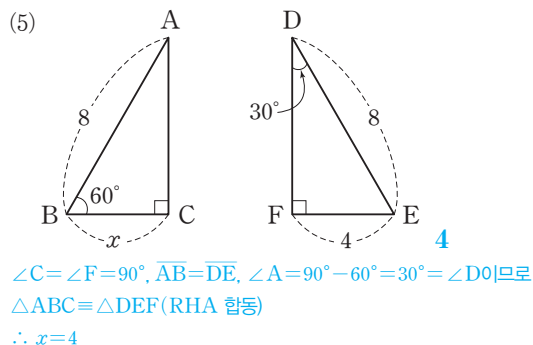
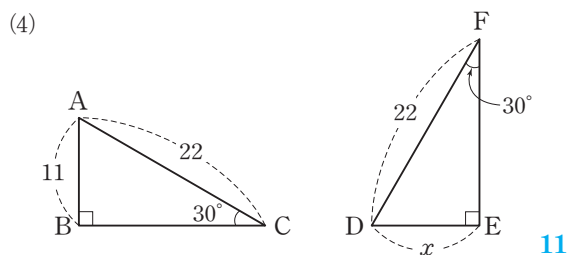
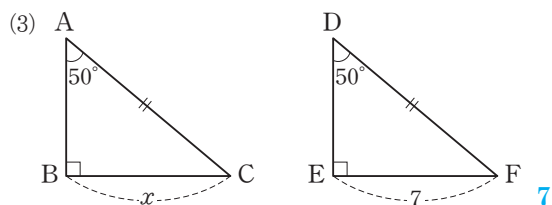
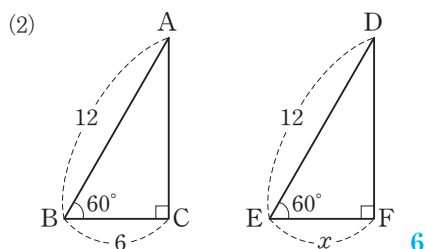
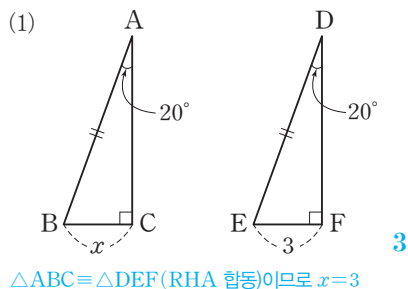
직각삼각형의 합동 조건 (1)

두 직각삼각형에서 **빗변**의 길이와 한 **예각**의 크기가 각각 같을 때 → **RHA** 합동

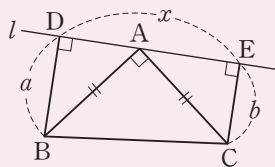
예
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (RHA 합동) → $x = 5$



01 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 x의 값을 구하시오.

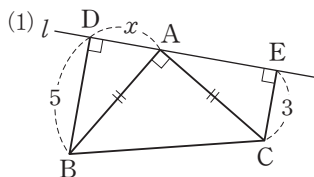


RHA 합동의 활용

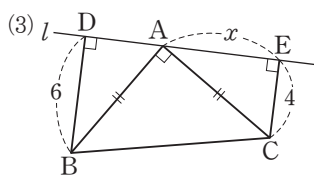
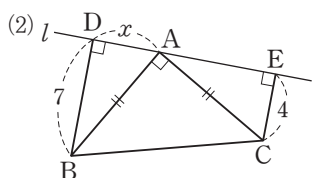


$\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형이고 $l \perp \overline{BD}$, $l \perp \overline{CE}$ 일 때,
 $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AC}$,
 $\angle DAB + \angle DBA = \angle DAB + \angle EAC = 90^\circ$ 이므로
 $\angle DBA = \angle EAC$
 $\rightarrow \triangle ABD \cong \triangle CAE$ (RHA 합동)
 $\rightarrow x = \overline{DA} + \overline{AE} = \overline{EC} + \overline{BD} = a + b$

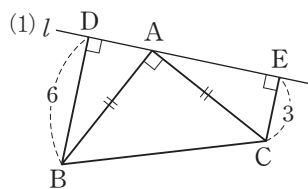
02 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형일 때, x 의 값을 구하시오.



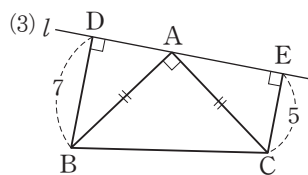
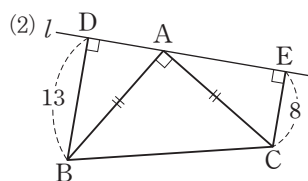
$\triangle ABD \cong \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로 $x = \overline{EC} = 3$



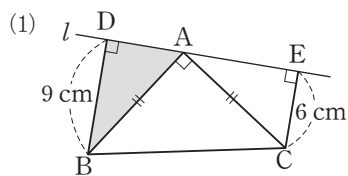
03 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하시오.



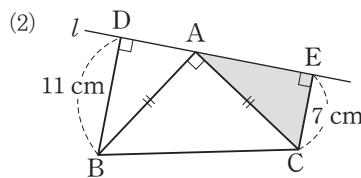
$\triangle ABD \cong \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로
 $\overline{DE} = \overline{DA} + \overline{AE} = \overline{EC} + \overline{BD} = 3 + 6 = 9$



04 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



$\overline{DA} = \overline{EC} = 6 \text{ cm}$ 이므로 $\triangle ADB = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27 (\text{cm}^2)$



$\overline{AE} = \overline{BD} = 11 \text{ cm}$ 이므로 $\triangle CEA = \frac{1}{2} \times 7 \times 11 = \frac{77}{2} (\text{cm}^2)$



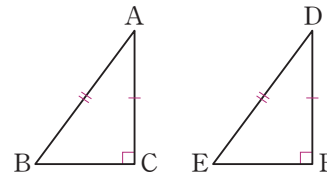
04

직각삼각형의 합동 조건 (2) - RHS 합동

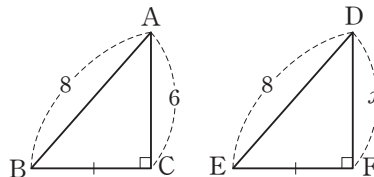
삼각형의 성질

빗변의 길이(H)와 다른 한 변(S)의 길이가 각각 같은 두 직각(R)삼각형은 합동이다.

→ $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ 이면
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)



예 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE} = 8$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ 이므로
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)
 $\therefore x = \overline{DF} = \overline{AC} = 6$

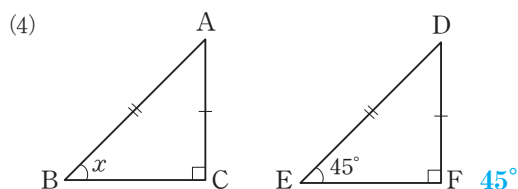
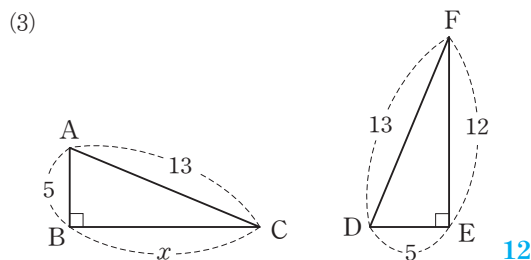


직각삼각형의 합동 조건 (2)

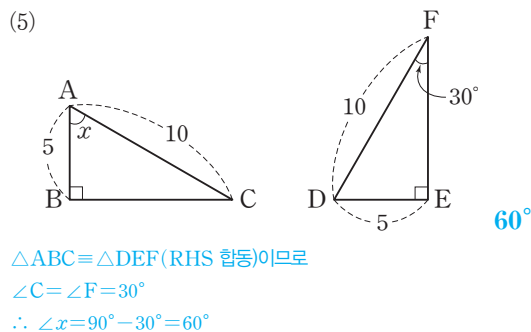
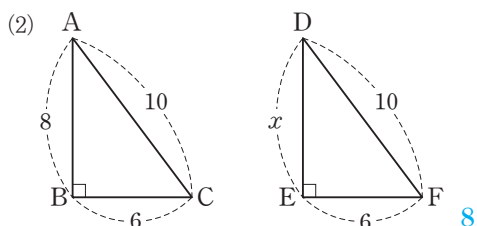
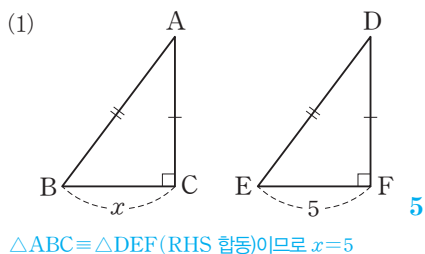
두 직각삼각형에서 **빗변**의 길이와 다른 한 **변**의 길이가 각각 같을 때 → **RHS** 합동

예

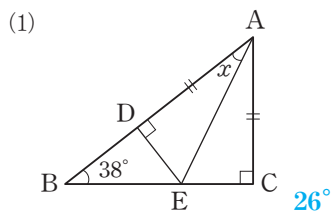
$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)
 → $\angle x = 37^\circ$, $y = 6$



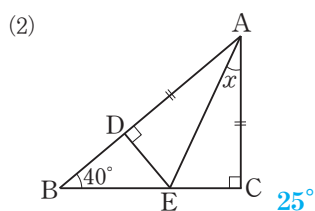
01 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 x 의 값 또는 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



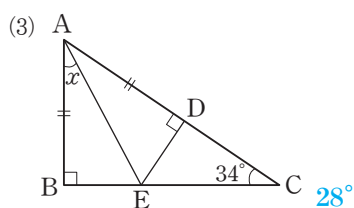
02 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



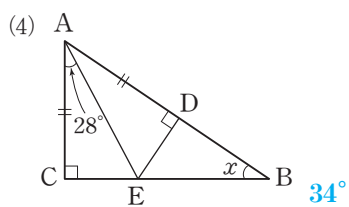
$\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동) 이고
 $\angle A = 180^\circ - (38^\circ + 90^\circ) = 52^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle EAC = \frac{1}{2} \times 52^\circ = 26^\circ$



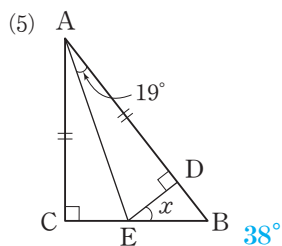
$\angle A = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ) = 50^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle EAD = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$



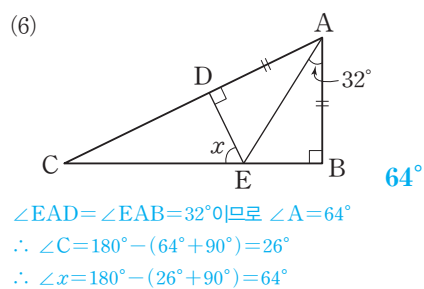
$\angle A = 180^\circ - (34^\circ + 90^\circ) = 56^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle EAD = \frac{1}{2} \times 56^\circ = 28^\circ$



$\angle EAD = \angle EAC = 28^\circ$ 이므로 $\angle A = 56^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (56^\circ + 90^\circ) = 34^\circ$

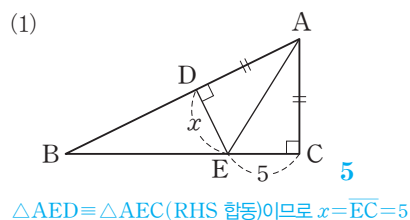


$\angle EAC = \angle EAD = 19^\circ$ 이므로 $\angle A = 38^\circ$
 $\therefore \angle B = 180^\circ - (38^\circ + 90^\circ) = 52^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (52^\circ + 90^\circ) = 38^\circ$

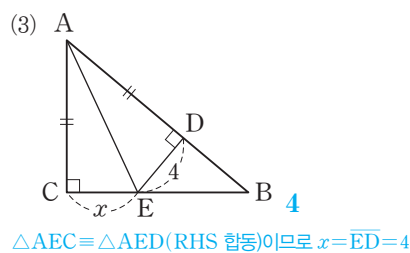
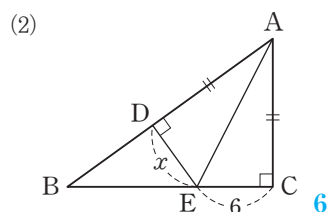


$\angle EAD = \angle EAB = 32^\circ$ 이므로 $\angle A = 64^\circ$
 $\therefore \angle C = 180^\circ - (64^\circ + 90^\circ) = 26^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (26^\circ + 90^\circ) = 64^\circ$

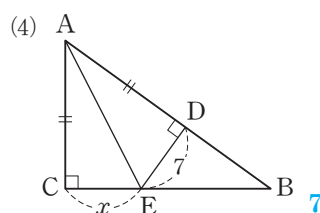
03 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



$\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동) 이므로 $x = \overline{EC} = 5$



$\triangle AEC \equiv \triangle AED$ (RHS 합동) 이므로 $x = \overline{ED} = 4$





05

각의 이등분선의 성질

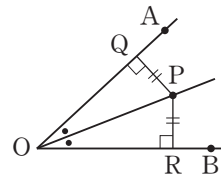
1 삼각형의 성질

(1) 각의 이등분선 위의 한 점에서 그 각을 이루는 두 변까지의 거리는 같다.

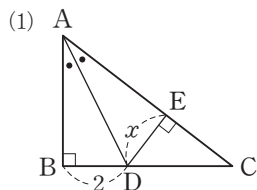
$$\rightarrow \angle AOP = \angle BOP \text{ 이면 } \overline{PQ} = \overline{PR}$$

(2) 각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.

$$\rightarrow \overline{PQ} = \overline{PR} \text{ 이면 } \angle AOP = \angle BOP$$



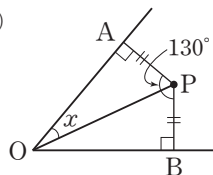
예



$\triangle ABD \cong \triangle AED$ (RHA 합동) 이므로

$$x = \overline{ED} = \overline{BD} = 2$$

(2)



$\triangle AOP \cong \triangle BOP$ (RHS 합동) 이므로

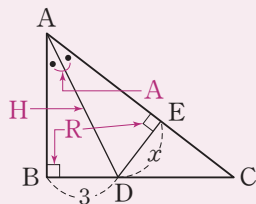
$$\angle OPA = \angle OPB = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) = 25^\circ$$

... 각의 이등분선의 성질 - 선분의 길이 ...

각의 이등분선 위의 한 점에서 그 각을 이루는 두 변까지의 거리는 **같다**.

예



$$\triangle ABD \cong \triangle AED$$

(**RHA** 합동)

$$\rightarrow x = \mathbf{3}$$

01 다음은 $\angle AOB$ 의 이등분선 위의 한 점 P에서 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 임을 증명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$\triangle QOP$ 와 $\triangle ROP$ 에서

$$\angle QOP = \angle ROP,$$

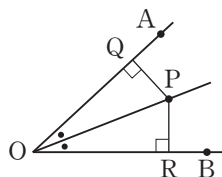
$$\angle PQO = \angle PRO$$

$$= 90^\circ,$$

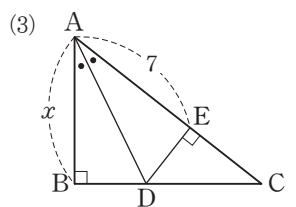
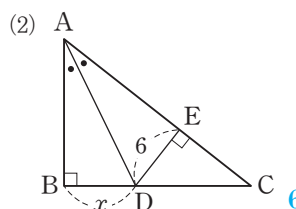
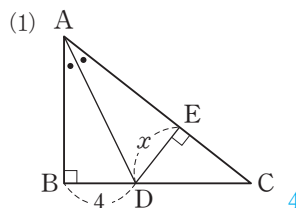
$\overline{OP}$ 는 공통이므로

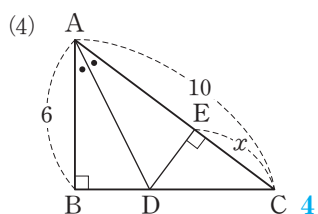
$\triangle QOP \cong \triangle ROP$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{PR}$$

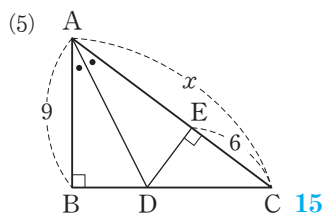


02 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.





$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{AB} = 6$
 $\therefore x = 10 - 6 = 4$

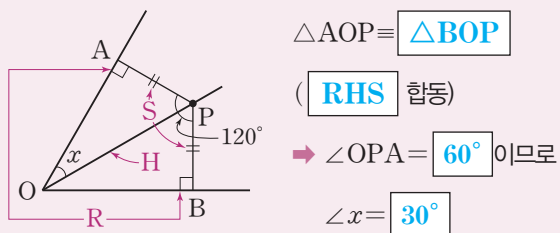


$\overline{AE} = \overline{AB} = 9 \quad \therefore x = 9 + 6 = 15$

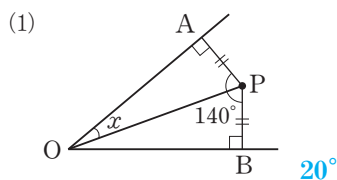
... 각의 이등분선의 성질 - 각의 크기 ...

각의 두 변에서 **같은** 거리에 있는 점은 그 각의 **이등분선** 위에 있다.

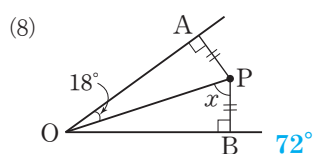
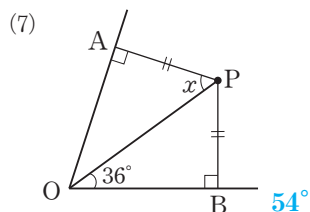
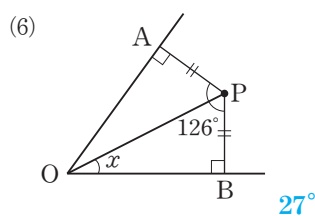
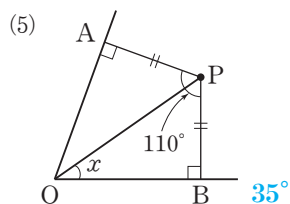
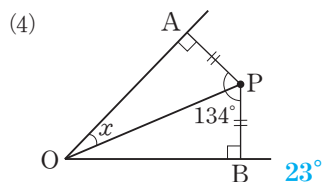
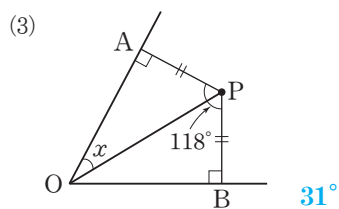
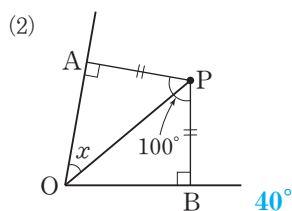
예



03 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동) 이므로
 $\angle OPA = \angle OPB = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (90^\circ + 70^\circ) = 20^\circ$



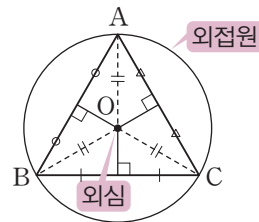


06

삼각형의 외심

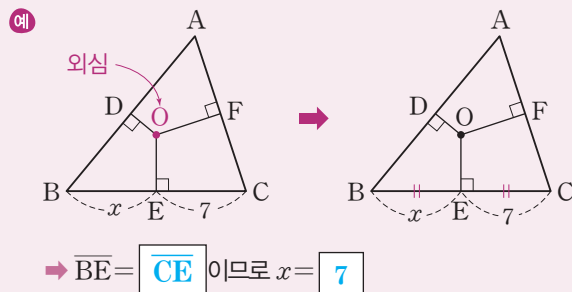
1 삼각형의 성질

- (1) 외접원과 외심: 원 O가 $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점을 모두 지날 때, 원 O는 $\triangle ABC$ 에 외접한다고 한다. 이때 원 O를 $\triangle ABC$ 의 외접원이라 하며, 외접원의 중심 O를 $\triangle ABC$ 의 외심이라 한다.
- (2) 삼각형의 외심의 성질
 - ① 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만난다.
 - ② 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.
 $\rightarrow \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ (외접원의 반지름의 길이)



... 삼각형의 외심-선분의 길이 (1) ...

삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이다.



01 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만난다는 것을 증명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O라 하면

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$

$\therefore \overline{OA} = \overline{OC}$ ㉠

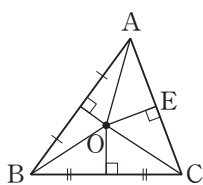
점 O에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면 $\triangle OAE$ 와 $\triangle OCE$ 에서

$\angle OEA = \angle OEC = 90^\circ$, $\overline{OE}$ 는 공통 ㉡

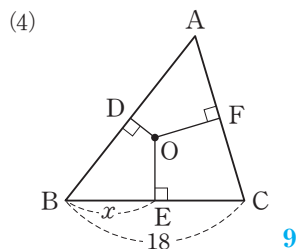
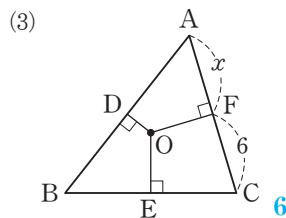
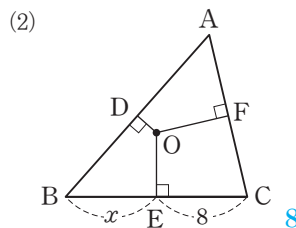
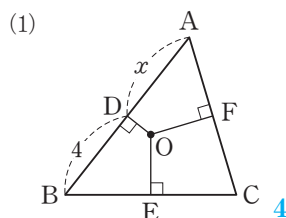
㉠, ㉡에 의하여 $\triangle OAE \cong \triangle OCE$ (RHS 합동)

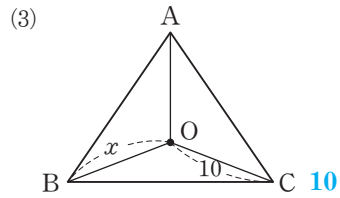
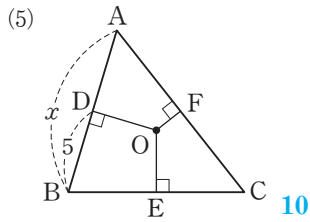
$\therefore \overline{AE} = \overline{CE}$

즉, $\overline{OE}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선 이므로 세 변의 수직이등분선은 한 점 O에서 만난다.



02 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, x의 값을 구하시오.

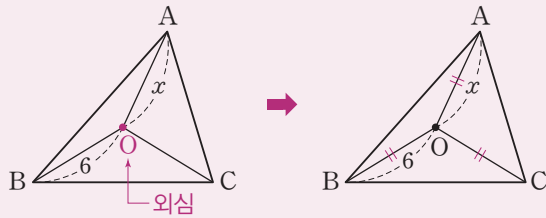




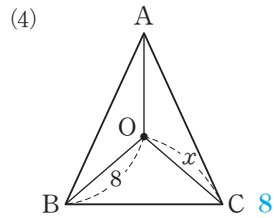
... 삼각형의 외심-선분의 길이 (2) ...

삼각형의 **외심**에서 세 **꼭짓점**에 이르는 거리는 같다.

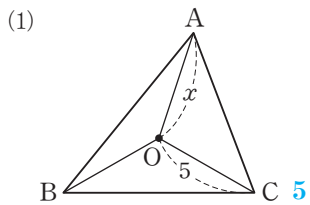
예



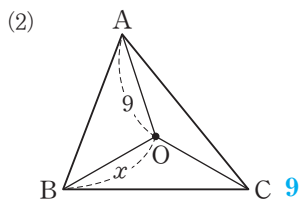
→ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $x = 6$



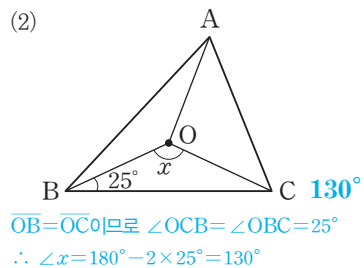
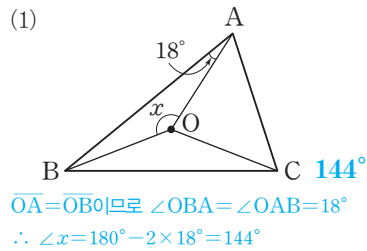
03 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, x 의 값을 구하시오.



$\triangle ABC$ 의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로 $x = \overline{OC} = 5$



04 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



(1) 삼각형의 외심의 위치

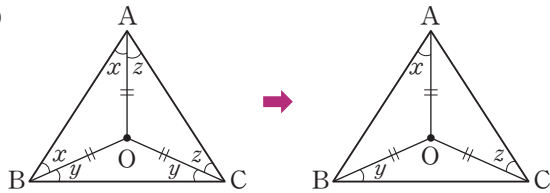
① 예각삼각형: 삼각형의 내부

② 직각삼각형: 빗변의 중점

③ 둔각삼각형: 삼각형의 외부

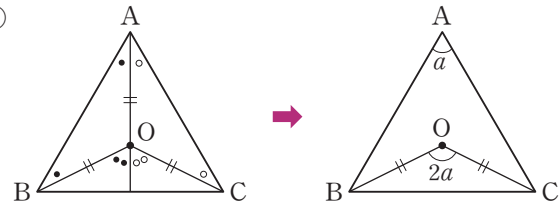
(2) 삼각형의 외심의 활용: 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때

①



$$\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$

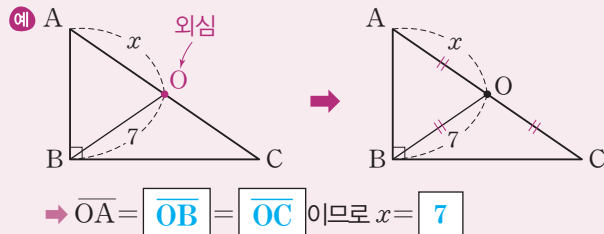
②



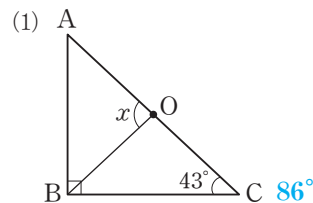
$$\angle BOC = 2\angle A$$

직각삼각형의 외심

직각삼각형의 외심은 빗변의 **중점**이다.

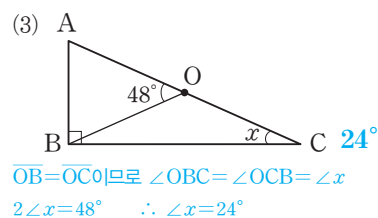
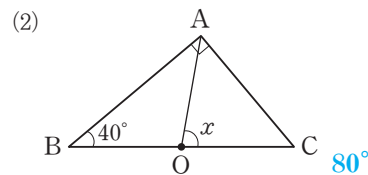
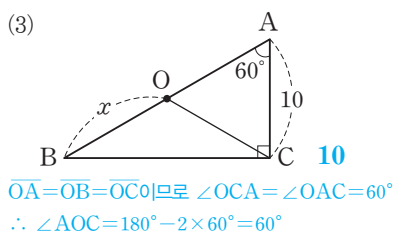
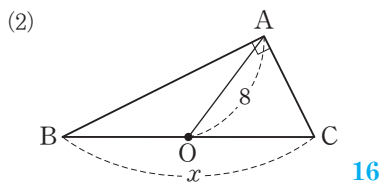
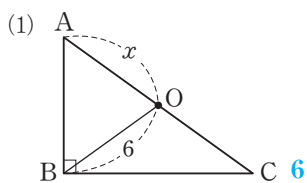


02 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

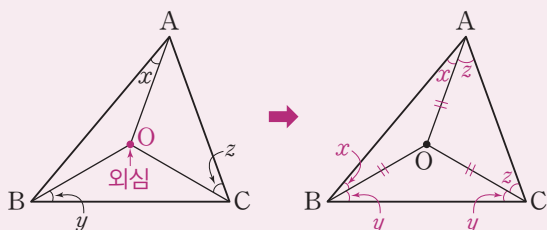


$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 43^\circ$
 $\therefore \angle x = 43^\circ + 43^\circ = 86^\circ$

01 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, x 의 값을 구하시오.

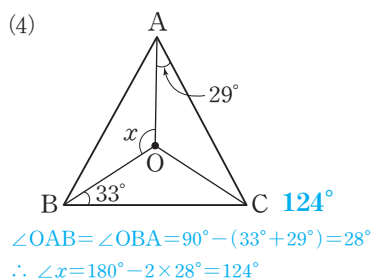
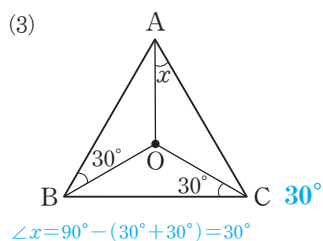
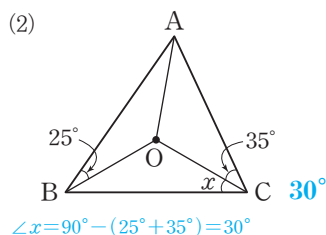
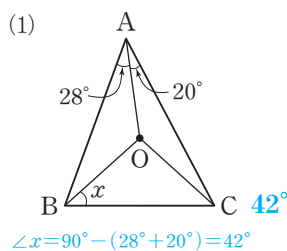


$$\dots \overbrace{\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ} \dots$$

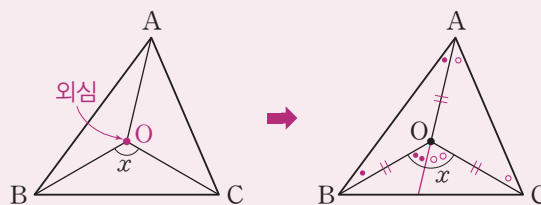


$$2\angle x + 2\angle y + 2\angle z = 180^\circ \Rightarrow \angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$

03 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

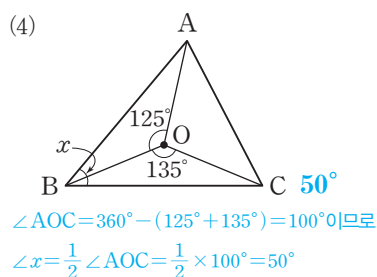
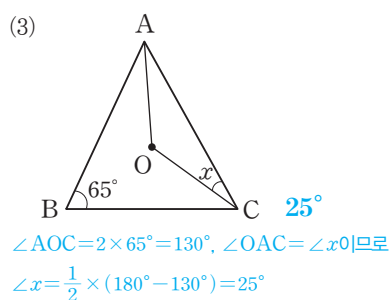
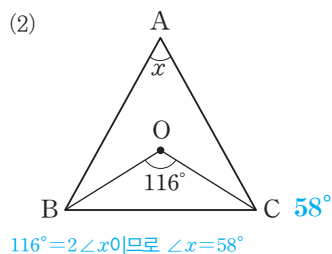
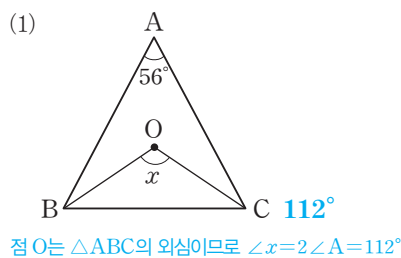


$$\dots \overbrace{\angle BOC = 2\angle A} \dots$$



$$\Rightarrow \angle x = 2(\angle OAB + \angle OAC) = 2\angle A$$

04 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



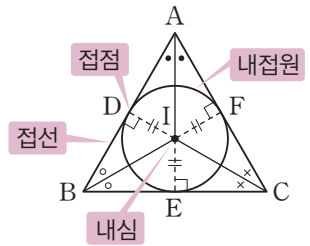


08

삼각형의 내심

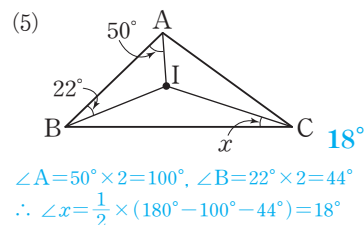
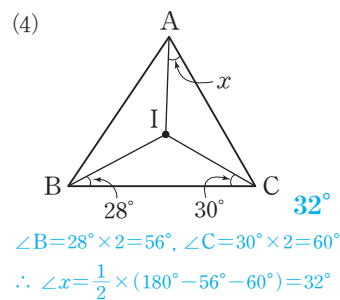
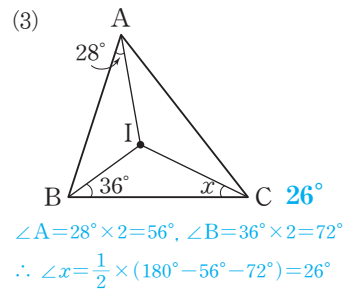
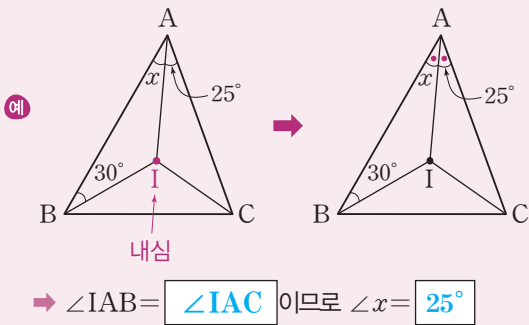
1 삼각형의 성질

- (1) 원의 접선과 접점: 어떤 원과 직선이 한 점에서 만날 때, 직선이 원에 접한다고 한다. 이때 원에 접하는 직선을 접선이라 하고, 원과 접선이 만나는 점을 접점이라 한다.
참고 원의 접선은 접점을 지나는 반지름에 수직이다.
- (2) 내접원과 내심: 원 I가 $\triangle ABC$ 의 세 변에 모두 접할 때, 원 I는 $\triangle ABC$ 에 내접한다고 한다. 이때 원 I를 $\triangle ABC$ 의 내접원이라 하며, 내접원의 중심 I를 $\triangle ABC$ 의 내심이라 한다.
- (3) 삼각형의 내심의 성질
 - ① 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만난다.
 - ② 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.
→ $ID = IE = IF$ (내접원의 반지름의 길이)

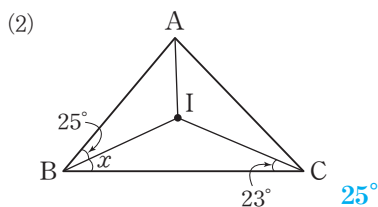
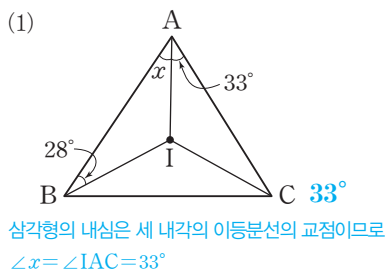


삼각형의 내심-각의 크기

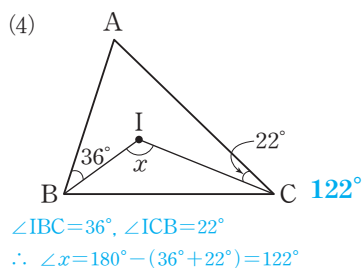
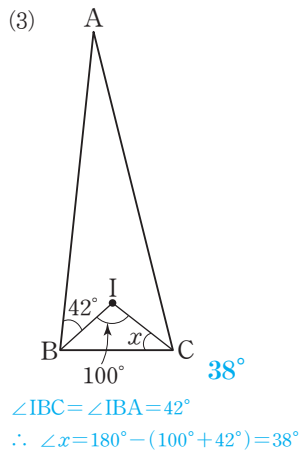
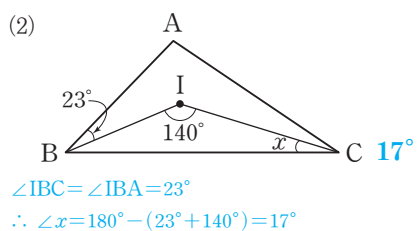
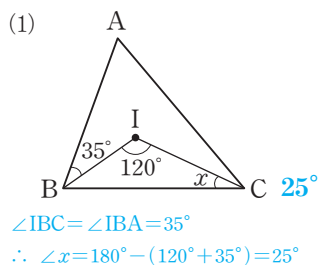
삼각형의 내심은 세 **내각**의 이등분선의 **교점**이다.



01 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



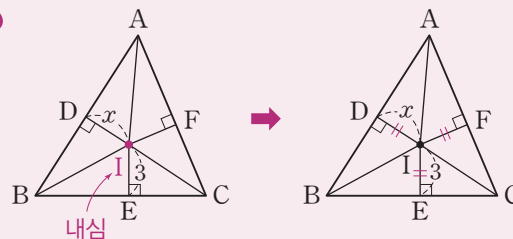
02 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



삼각형의 내심 - 선분의 길이

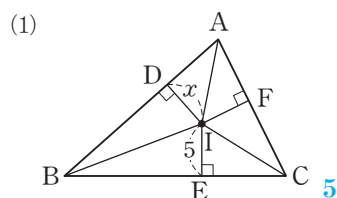
삼각형의 **내심**에서 세 **변**에 이르는 거리는 같다.

예

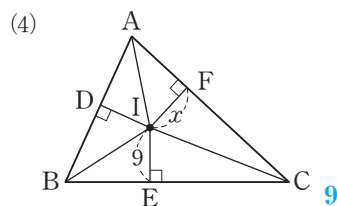
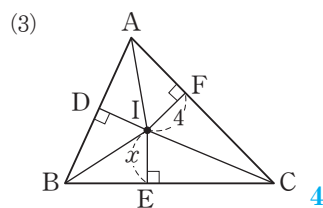
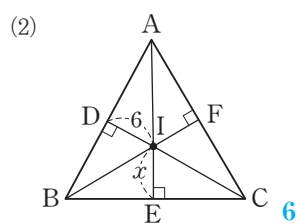


$$\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF} \text{ 이므로 } x = 3$$

03 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, x 의 값을 구하시오.



삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로
 $x = \overline{IE} = 5$





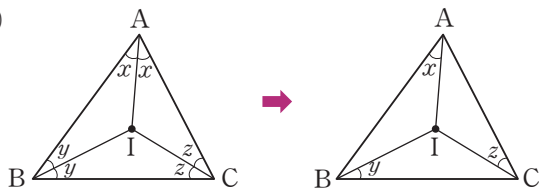
09

삼각형의 내심의 응용

1 삼각형의 성질

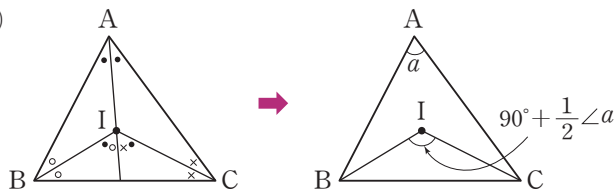
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때

(1)



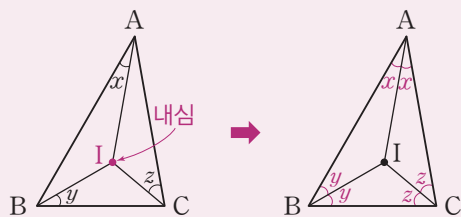
$$\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$

(2)



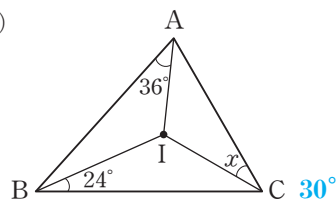
$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$



$$2\angle x + 2\angle y + 2\angle z = 180^\circ \Rightarrow \angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$

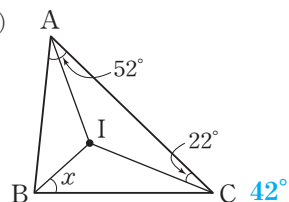
(3)



$$36^\circ + 24^\circ + \angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

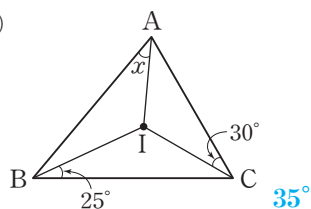
(4)



$$\angle IAB = \frac{1}{2} \times 52^\circ = 26^\circ, 26^\circ + \angle x + 22^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$$

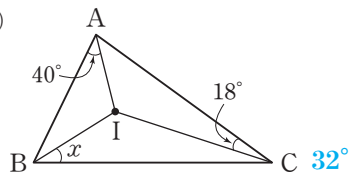
(1)



$$\angle x + 25^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$

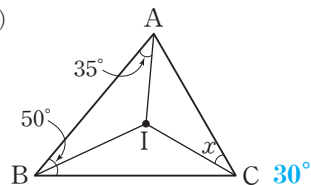
(2)



$$40^\circ + \angle x + 18^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$$

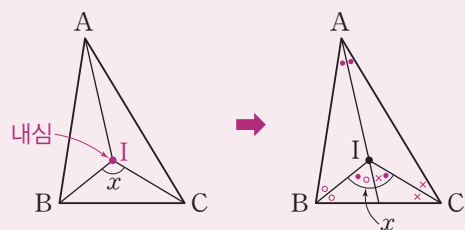
(5)



$$\angle IBC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ, 35^\circ + 25^\circ + \angle x = 90^\circ$$

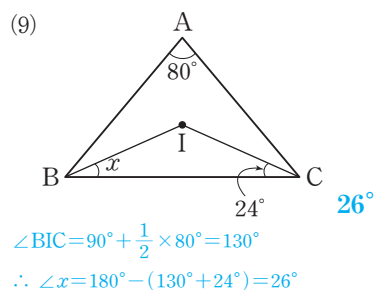
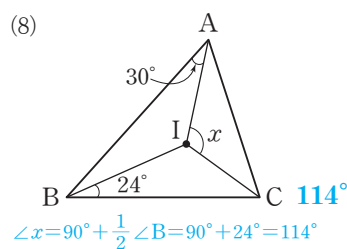
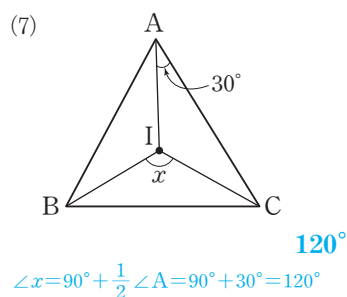
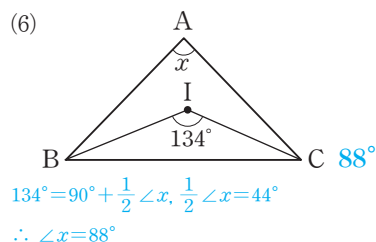
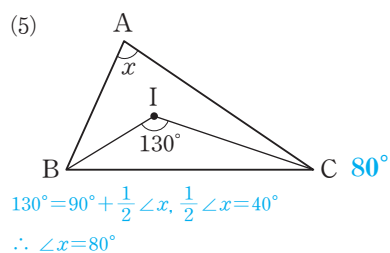
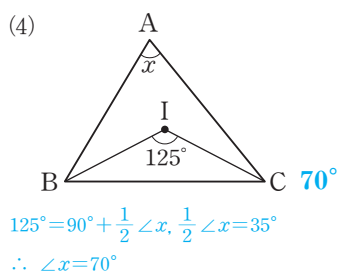
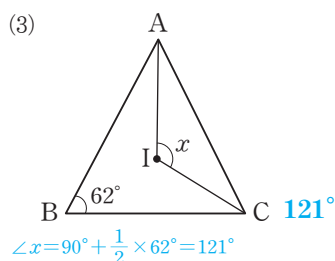
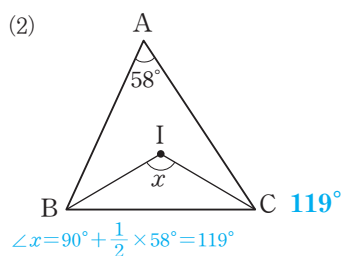
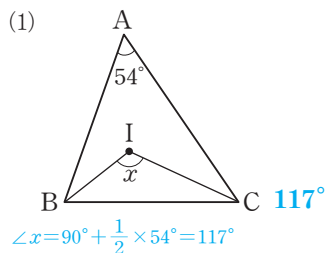
$$\therefore \angle x = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\dots \circ \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A \circ \dots$$



$$\angle BIC = (\bullet + \circ + \times) + \bullet \Rightarrow \angle x = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

02 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.





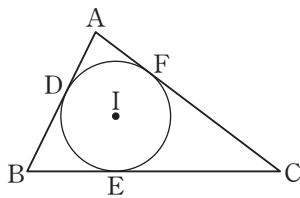
개념 10

삼각형의 내심과 접선, 내접원

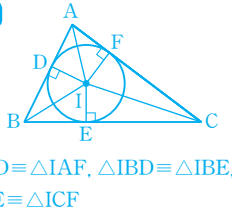
1 삼각형의 성질

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때

(1)

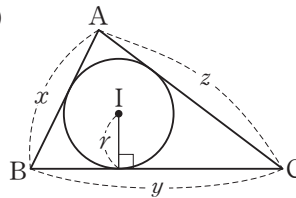


참고

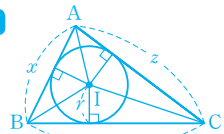


$$\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BD} = \overline{BE}, \overline{CE} = \overline{CF}$$

(2)



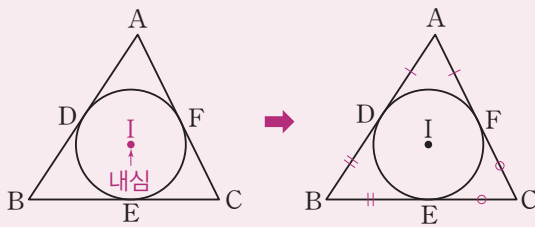
참고



$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA \\ &= \frac{1}{2}xr + \frac{1}{2}yr + \frac{1}{2}zr \\ &= \frac{1}{2}r(x+y+z) \end{aligned}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(x+y+z)$$

접선의 길이

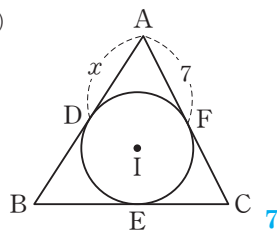


점 I가 ABC의 내심

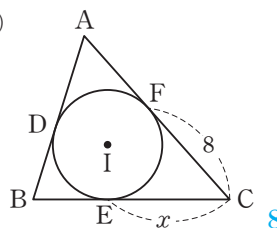
$$\rightarrow \overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BD} = \overline{BE}, \overline{CE} = \overline{CF}$$

01 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F는 접점일 때, x의 값을 구하시오.

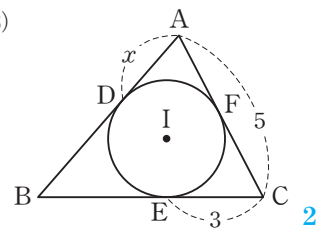
(1)



(2)

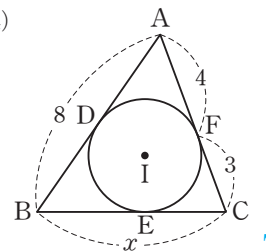


(3)



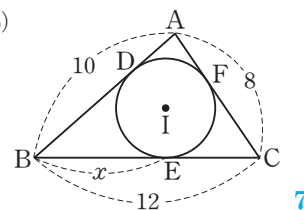
$$\begin{aligned} \overline{CF} &= \overline{CE} = 3 \text{ 이므로 } \overline{AF} = 5 - 3 = 2 \\ \therefore x &= \overline{AF} = 2 \end{aligned}$$

(4)



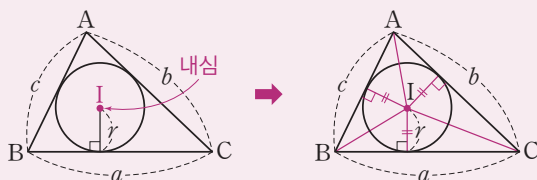
$$\begin{aligned} \overline{AD} &= \overline{AF} = 4 \text{ 이므로} \\ \overline{BD} &= \overline{BE} = 8 - 4 = 4, \overline{CE} = \overline{CF} = 3 \\ \therefore x &= \overline{BE} + \overline{CE} = 4 + 3 = 7 \end{aligned}$$

(5)



$$\begin{aligned} \overline{BD} &= \overline{BE} = x \text{ 이므로} \\ \overline{AD} &= \overline{AF} = 10 - x, \overline{CE} = \overline{CF} = 12 - x \\ \overline{AF} + \overline{CF} &= \overline{AC} \text{ 이므로 } (10 - x) + (12 - x) = 8 \\ 22 - 2x &= 8 \quad \therefore x = 7 \end{aligned}$$

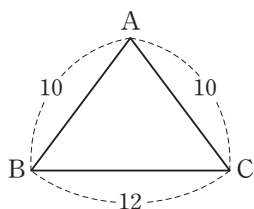
... 삼각형의 내접원의 반지름의 길이 ...



$$\triangle ABC = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB = \frac{1}{2}r(a+b+c)$$

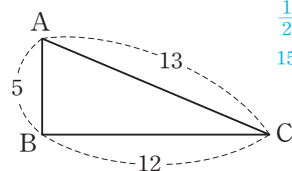
02 $\triangle ABC$ 의 넓이와 세 변의 길이가 다음과 같이 주어질 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하시오.

(1) $\triangle ABC = 48$ **3**



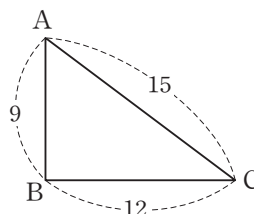
내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times (10+12+10) = 48$
 $16r = 48 \quad \therefore r = 3$

(2) $\triangle ABC = 30$ **2**



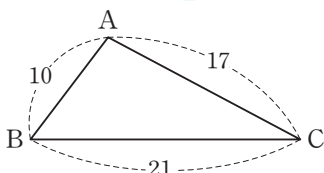
$\frac{1}{2} \times r \times (5+12+13) = 30$
 $15r = 30 \quad \therefore r = 2$

(3) $\triangle ABC = 54$ **3**



$\frac{1}{2} \times r \times (9+12+15) = 54$
 $18r = 54 \quad \therefore r = 3$

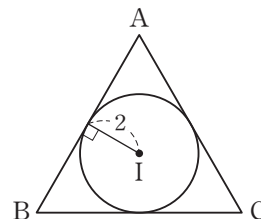
(4) $\triangle ABC = 84$ **$\frac{7}{2}$**



$\frac{1}{2} \times r \times (10+21+17) = 84$
 $24r = 84 \quad \therefore r = \frac{7}{2}$

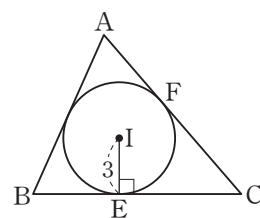
03 $\triangle ABC$ 의 넓이와 내접원의 반지름의 길이가 다음과 같이 주어질 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하시오.

(1) $\triangle ABC = 15$ **15**



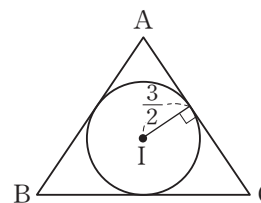
$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 l 이라 하면
 $\frac{1}{2} \times 2 \times l = 15 \quad \therefore l = 15$

(2) $\triangle ABC = 72$ **48**



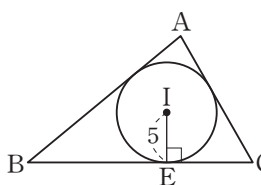
$\frac{1}{2} \times 3 \times l = 72$
 $\therefore l = 72 \times \frac{2}{3} = 48$

(3) $\triangle ABC = 12$ **16**



$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times l = 12$
 $\therefore l = 12 \times \frac{4}{3} = 16$

(4) $\triangle ABC = 135$ **54**

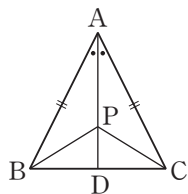


$\frac{1}{2} \times 5 \times l = 135$
 $\therefore l = 135 \times \frac{2}{5} = 54$



내신 도전

- 01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하고, $\overline{AD}$ 위의 임의의 한 점을 P라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

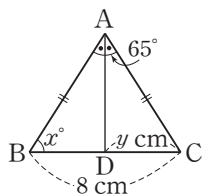


- ☒ ① $\overline{AP} = \overline{BP}$ ② $\overline{PB} = \overline{PC}$
 ③ $\overline{BD} = \overline{CD}$ ☒ ④ $\angle PAB = \angle PBA$
 ⑤ $\angle PDB = \angle PDC$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 밑변 $\overline{BC}$ 를 수직이등분한다.

(정답 2개)

- 02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\angle A = 65^\circ$, $\overline{BC} = 8$ cm일 때, $x + y$ 의 값은?



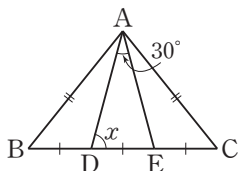
- ① 59.5 ② 60 ☒ ③ 61.5
 ④ 62 ⑤ 63.5

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 65^\circ) = 57.5^\circ \text{이므로 } x = 57.5$$

$$\overline{BD} = \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}) \text{이므로 } y = 4$$

$$\therefore x + y = 57.5 + 4 = 61.5$$

- 03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 이다. $\angle DAE = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오. **75°**

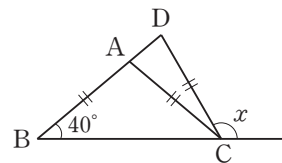


$$\triangle ABD \cong \triangle ACE (\text{SAS 합동}) \text{이므로}$$

$$\overline{AD} = \overline{AE} \quad \therefore \angle ADE = \angle AED$$

$$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

- 04 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DC}$ 이고 $\angle B = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 115° ☒ ② 120° ③ 125°
 ④ 130° ⑤ 135°

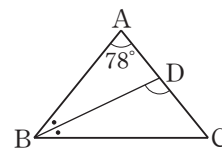
$$\triangle ABC \text{에서 } \angle ACB = \angle B = 40^\circ \text{이므로}$$

$$\angle CAD = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$

$$\triangle CDA \text{에서 } \angle CDA = \angle CAD = 80^\circ$$

$$\therefore \angle x = 40^\circ + 80^\circ = 120^\circ$$

- 05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 D라 하자. $\angle A = 78^\circ$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 구하시오. **103.5°**

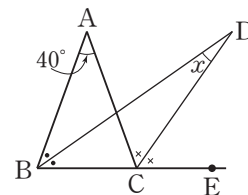


$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 78^\circ) = 51^\circ \text{이므로}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{2} \times 51^\circ = 25.5^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = 78^\circ + 25.5^\circ = 103.5^\circ$$

- 06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 D라 하자. $\angle A = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



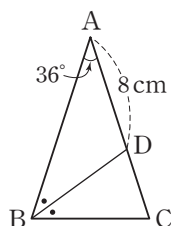
- ☒ ① 20° ② 21° ③ 22°
 ④ 23° ⑤ 24°

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ \text{이므로}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ, \angle DCE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle DCE - \angle DBC = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$$

- 07** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선일 때, 다음은 $\overline{BC}$ 의 길이를 구하는 과정이다. ①~⑤ 중 옳지 않은 것은?



(i) $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\angle ABC = \angle ACB = \boxed{①}$$

이때 $\angle ABD = 36^\circ$ 이므로 $\triangle DAB$ 는 이등변삼각형이다.

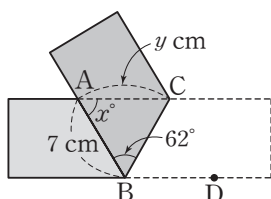
$$\therefore \overline{BD} = \boxed{②} = 8 \text{ cm}$$

(ii) $\angle BDC = \boxed{③}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{BC} = \boxed{④} = \boxed{⑤} \text{ cm}$$

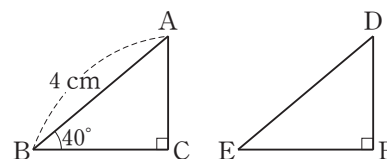
- ① 72° ② $\overline{AD}$ ☒ ③ 36°
 ④ $\overline{BD}$ ⑤ 8
 ③ 72°

- 08** 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $x + y$ 의 값을 구하시오. **63**



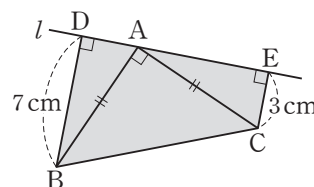
$\angle CBD = \angle ABC = 62^\circ$ (접은 각), $\angle ACB = \angle CBD = 62^\circ$ (엇각)
 이므로 $\angle BAC = 180^\circ - (62^\circ + 62^\circ) = 56^\circ$ $\therefore x = 56$
 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{AB} = 7 \text{ cm}$ 인 이등변삼각형이므로 $y = 7$
 $\therefore x + y = 56 + 7 = 63$

- 09** 아래 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC와 $\angle F = 90^\circ$ 인 직각삼각형 DEF가 있다. 다음 중 두 삼각형이 합동이 되는 조건이 아닌 것은?



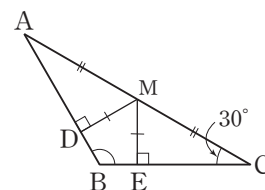
- ① $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
 ② $\overline{DE} = 4 \text{ cm}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
 ③ $\overline{DE} = 4 \text{ cm}$, $\angle D = 50^\circ$
 ④ $\overline{DE} = 4 \text{ cm}$, $\angle E = 40^\circ$
☒ ⑤ $\overline{EF} = 4 \text{ cm}$, $\angle E = 40^\circ$
 ① SAS 합동 ② RHS 합동 ③ RHA 합동 ④ RHA 합동

- 10** 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형일 때, $\square DBCE$ 의 넓이는?



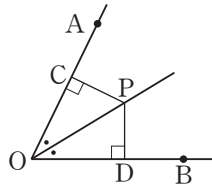
- ① 25 cm^2 ☒ ② 50 cm^2 ③ 75 cm^2
 ④ 100 cm^2 ⑤ 200 cm^2
 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로
 $\overline{DE} = \overline{DA} + \overline{AE} = \overline{EC} + \overline{BD} = 3 + 7 = 10 \text{ (cm)}$
 $\therefore \square DBCE = \frac{1}{2} \times (3 + 7) \times 10 = 50 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 11** 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$ 의 중점을 M이라 하고 점 M에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. $\overline{DM} = \overline{EM}$, $\angle C = 30^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하시오. **120°**
- $\triangle ADM \cong \triangle CEM$ (RHS 합동) 이므로
 $\angle A = \angle C = 30^\circ$
 $\therefore \angle B = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$



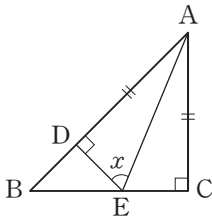


- 12 오른쪽 그림에서
 $\angle PCO = \angle PDO = 90^\circ$ 이고,
 $\angle AOP = \angle BOP$ 일 때, 다음 중
 옳지 않은 것은?



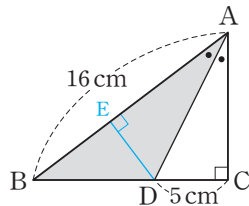
- ① $\overline{OC} = \overline{OD}$
 ② $\angle CPO = \angle DPO$
 ③ $\overline{PC} = \overline{PD}$
 ✓ ④ $\angle COD = \angle CPD$
 ⑤ $\triangle COP \cong \triangle DOP$
 ①, ②, ③, ⑤ $\triangle PCO \cong \triangle PDO$ (RHA 합동)
 ④ $\angle COD \neq \angle CPD$

- 13 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 는
 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이
 등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때,
 $\angle x$ 의 크기는?



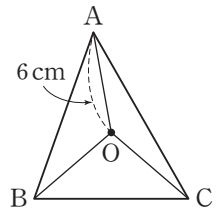
- ✓ ① 67.5° ② 68°
 ③ 68.5° ④ 69°
 ⑤ 69.5°
 $\triangle ADE \cong \triangle ACE$ (RHS 합동) 이므로 $\angle EAD = \angle EAC$
 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle A = 45^\circ$ 이고
 $\angle EAD = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (22.5^\circ + 90^\circ) = 67.5^\circ$

- 14 오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$
 인 직각삼각형 ABC에서
 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
 $\overline{AB} = 16 \text{ cm}$, $\overline{CD} = 5 \text{ cm}$ 일
 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



- ① 20 cm^2 ② 30 cm^2 ✓ ③ 40 cm^2
 ④ 60 cm^2 ⑤ 80 cm^2
 점 D에서 AB에 내린 수선의 발을 E라 하면
 $\triangle AED \cong \triangle ACD$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{ED} = \overline{CD} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 16 \times 5 = 40 (\text{cm}^2)$

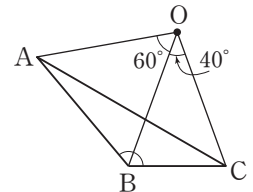
- 15 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의
 외심이고 $\overline{OA} = 6 \text{ cm}$ 일 때,
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?



- ① $12\pi \text{ cm}^2$ ② $18\pi \text{ cm}^2$
 ③ $24\pi \text{ cm}^2$ ④ $30\pi \text{ cm}^2$
 ✓ ⑤ $36\pi \text{ cm}^2$

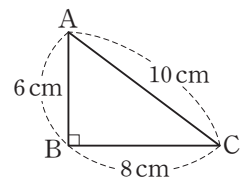
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심이므로 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의
 길이는 6 cm이다.
 따라서 구하는 넓이는 $\pi \times 6^2 = 36\pi (\text{cm}^2)$

- 16 오른쪽 그림에서 점 O는
 $\triangle ABC$ 의 외심이고
 $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle BOC = 40^\circ$
 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하
 시오. 130°



점 O가 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
 즉, $\triangle OAB$ 와 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OAB = \angle OBA = 60^\circ$,
 $\angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 60^\circ + 70^\circ = 130^\circ$

- 17 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형
 ABC에서 외접원의 넓이는?



- ① $9\pi \text{ cm}^2$ ② $16\pi \text{ cm}^2$
 ✓ ③ $25\pi \text{ cm}^2$ ④ $36\pi \text{ cm}^2$
 ⑤ $64\pi \text{ cm}^2$

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 외접원의 반지름의 길이는
 5 cm이다.
 따라서 구하는 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi (\text{cm}^2)$

- 18 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\angle ABO=20^\circ$, $\angle ACO=35^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하시오. **165°**

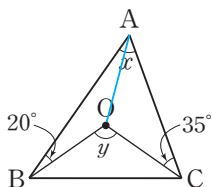
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로

$\angle OAB=\angle OBA=20^\circ$,

$\angle OAC=\angle OCA=35^\circ$

$\therefore \angle x=20^\circ+35^\circ=55^\circ, \angle y=2\angle x=110^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=55^\circ+110^\circ=165^\circ$



- 19 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\angle IBC=30^\circ$, $\angle ICB=35^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

- ① 40° ② 42°
③ 45° ④ 48°

✓ ⑤ 50°

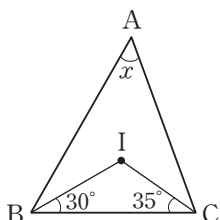
$\angle IBA=\angle IBC=30^\circ, \angle ICA=\angle ICB=35^\circ$ 이므로

$\angle x+(30^\circ+30^\circ)+(35^\circ+35^\circ)=180^\circ \quad \therefore \angle x=50^\circ$

[다른 풀이]

$\angle BIC=180^\circ-(30^\circ+35^\circ)=115^\circ$

$115^\circ=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x \quad \therefore \angle x=50^\circ$



- 20 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변의 접점이다. $\overline{AB}=10\text{ cm}$, $\overline{BC}=7\text{ cm}$, $\overline{AC}=9\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하시오. **6 cm**

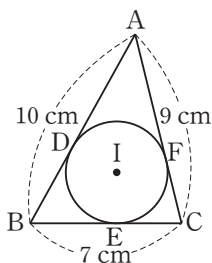
$\overline{AB}+\overline{AC}=(\overline{AD}+\overline{BD})+(\overline{AF}+\overline{CF})$

$=(\overline{AD}+\overline{AF})+(\overline{BD}+\overline{CF})$

$=(\overline{AD}+\overline{AD})+(\overline{BE}+\overline{CE})$

$=2\overline{AD}+\overline{BC}$

$2\overline{AD}=10+9-7=12 \quad \therefore \overline{AD}=6\text{ (cm)}$



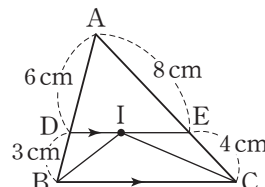
- 21 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하시오. **7 cm**

$\angle DBI=\angle IBC=\angle DIB$ (엇각)

$\therefore \overline{DB}=\overline{DI}$

$\angle ECI=\angle ICB=\angle EIC$ (엇각) $\therefore \overline{EC}=\overline{EI}$

$\therefore \overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=\overline{DB}+\overline{EC}=3+4=7\text{ (cm)}$

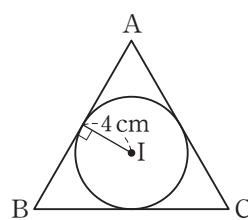


- 22 오른쪽 그림에서 원 I는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 80 cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

- ① 39 cm ✓ ② 40 cm
③ 41 cm ④ 42 cm
⑤ 43 cm

$\triangle ABC=\frac{1}{2} \times 4 \times (\triangle ABC\text{의 둘레의 길이})=80\text{ (cm}^2\text{)}\text{이므로}$

$(\triangle ABC\text{의 둘레의 길이})=40\text{ (cm)}$



- 23 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A=54^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기를 구하시오. **144°**

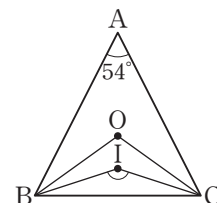
점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A=2 \times 54^\circ=108^\circ$

점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle BOC=90^\circ+\frac{1}{2} \times 108^\circ$

$=90^\circ+54^\circ=144^\circ$





개념

11

평행사변형의 성질

2 사각형의 성질

(1) 평행사변형: 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 $\rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

(2) 평행사변형의 성질

① 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

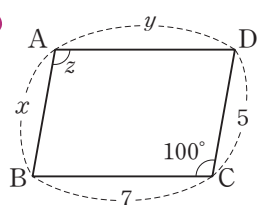
$$\rightarrow \overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$$

② 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

$$\rightarrow \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$$

③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다. $\rightarrow \overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$

예

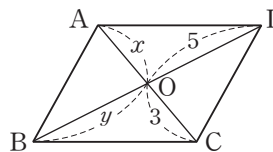
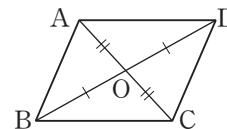
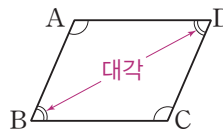
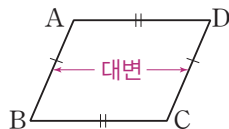


□ABCD가 평행사변형일 때,
 $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로

$$x=5, y=7$$

$$\angle A = \angle C \text{이므로}$$

$$\angle z = \angle 100^\circ$$



□ABCD가 평행사변형
일 때, $\overline{AO} = \overline{CO},$

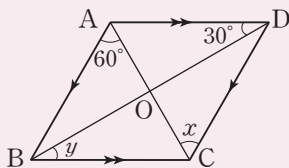
$$\overline{BO} = \overline{DO} \text{이므로}$$

$$x=3, y=5$$

평행사변형의 뜻

평행사변형: 두 쌍의 **대변**이 각각 **평행**한 사각형

예

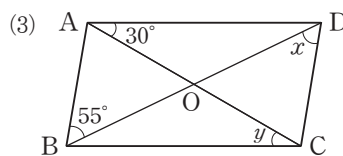


$$\rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{DC},$$

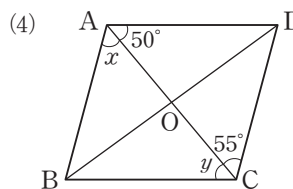
$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \text{이면}$$

$$\angle x = 60^\circ,$$

$$\angle y = 30^\circ$$



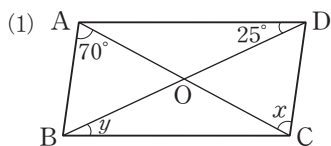
$$\angle x = 55^\circ, \angle y = 30^\circ$$



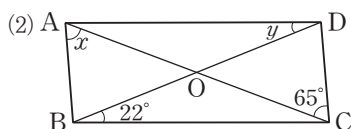
$$\angle x = 55^\circ, \angle y = 50^\circ$$

01 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형일 때, $\angle x,$
 $\angle y$ 의 크기를 각각 구하시오.

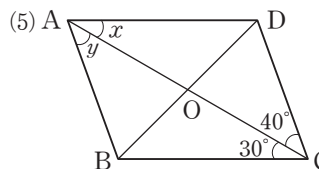
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



$$\angle x = 70^\circ, \angle y = 25^\circ$$



$$\angle x = 65^\circ, \angle y = 22^\circ$$

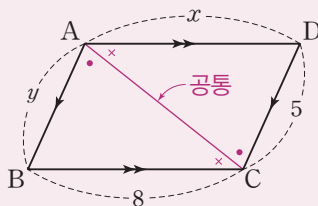


$$\angle x = 30^\circ, \angle y = 40^\circ$$

평행사변형의 성질—대변

두 쌍의 **대변**의 길이는 각각 **같다**.

예

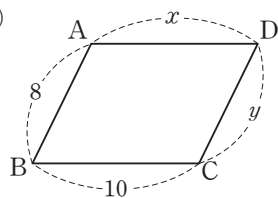


→ $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ASA 합동)이므로

$$\overline{AD} = \overline{BC}, \overline{AB} = \overline{DC} \quad \therefore x = 8, y = 5$$

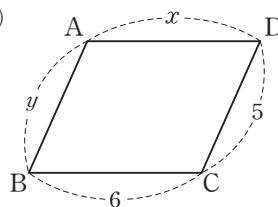
02 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y 의 값을 각각 구하시오.

(1)



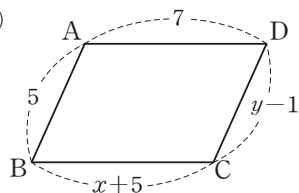
$$x = 10, y = 8$$

(2)



$$x = 6, y = 5$$

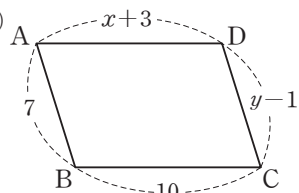
(3)



$$x = 2, y = 6$$

$$\begin{aligned} x+5 &= 7 & \therefore x &= 2 \\ y-1 &= 5 & \therefore y &= 6 \end{aligned}$$

(4)



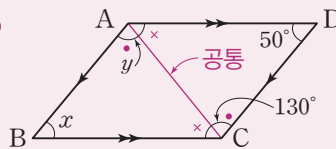
$$x = 7, y = 8$$

$$\begin{aligned} x+3 &= 10 & \therefore x &= 7 \\ y-1 &= 7 & \therefore y &= 8 \end{aligned}$$

평행사변형의 성질—대각

두 쌍의 **대각**의 크기는 각각 **같다**.

예

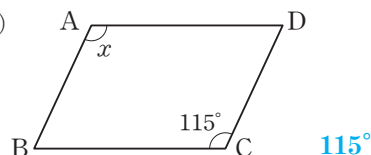


→ $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ASA 합동)이므로

$$\angle x = 50^\circ, \angle y = 130^\circ$$

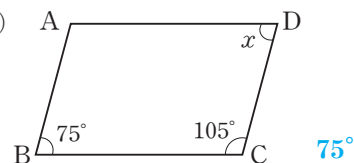
03 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

(1)



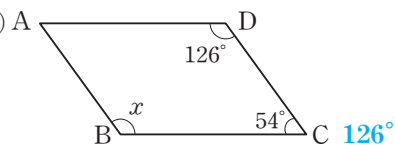
$$115^\circ$$

(2)



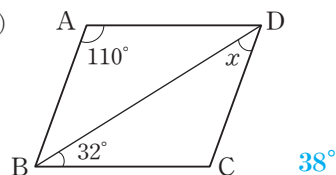
$$75^\circ$$

(3)



$$126^\circ$$

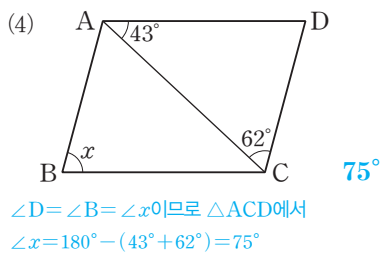
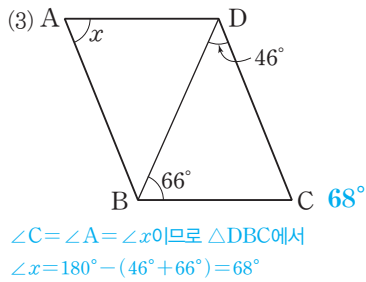
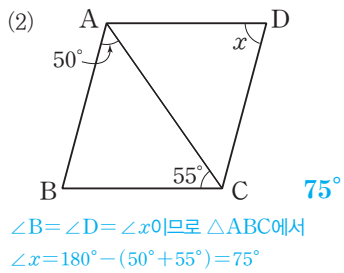
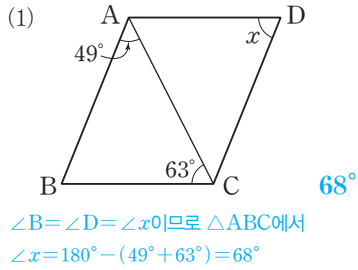
(4)



$$38^\circ$$

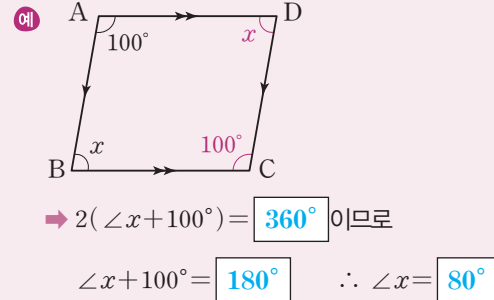
$\angle C = \angle A = 110^\circ$ 이므로 $\triangle BCD$ 에서
 $\angle x = 180^\circ - (32^\circ + 110^\circ) = 38^\circ$

04 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

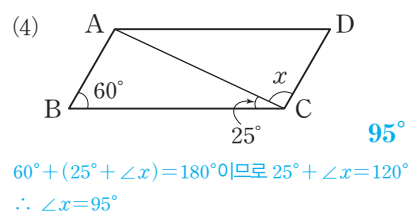
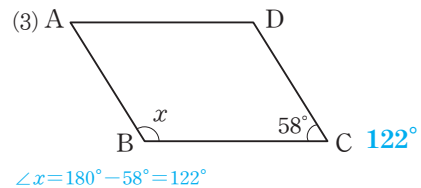
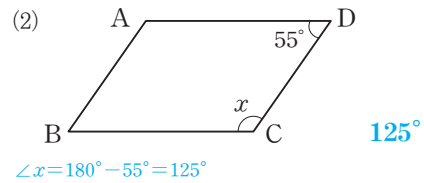
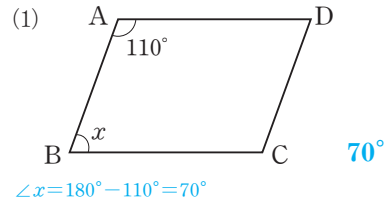


... **평행사변형의 성질**—이웃하는 두 내각의 크기의 합

이웃하는 두 **내각**의 크기의 합은 **180°** 이다.



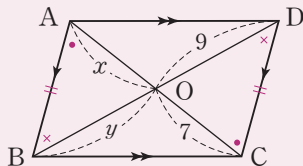
05 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



평행사변형의 성질—두 대각선

두 **대각선**은 서로 다른 것을 **이등분**한다.

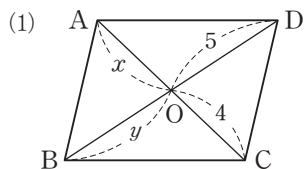
예



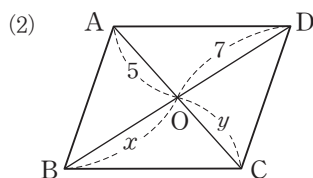
→ $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (ASA 합동)이므로

$$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO} \quad \therefore x = 7, y = 9$$

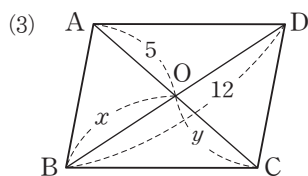
06 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y 의 값을 각각 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



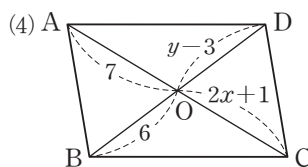
$$x=4, y=5$$



$$x=7, y=5$$



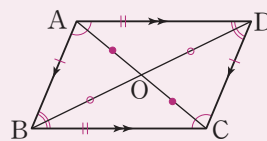
$$x=6, y=5$$



$$\begin{aligned} 2x+1 &= 7, 2x=6 & \therefore x=3 \\ y-3 &= 6 & \therefore y=9 \end{aligned}$$

$$x=3, y=9$$

평행사변형의 종합



① $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$

② $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

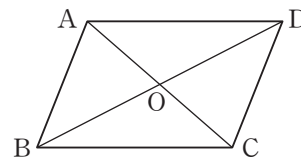
③ $\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$

07 오른쪽 그림의 $\square ABCD$

는 평행사변형이고, 점 O

는 두 대각선의 교점이다.

다음 중 옳은 것은 ○표,
옳지 않은 것은 ×표 하시오.



(1) $\overline{AD} = \overline{BC}$ (○)

(2) $\overline{AB} = \overline{AD}$ (×)

(3) $\angle A = \angle C$ (○)

(4) $\angle A + \angle C = 180^\circ$ (×)

(5) $\angle B + \angle C = 180^\circ$ (○)

(6) $\overline{AO} = \overline{CO}$ (○)

(7) $\overline{AO} = \overline{BO}$ (×)

(8) $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (○)



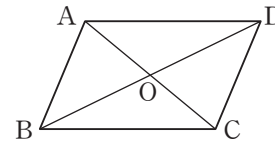
12

평행사변형이 되는 조건

2 사각형의 성질

사각형이 다음의 어느 한 조건을 만족시키면 평행사변형이 된다.

- (1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. $\rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$
- (2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. $\rightarrow \overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$
- (3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. $\rightarrow \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
- (4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. $\rightarrow \overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$
- (5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다. $\rightarrow \overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{AD} = \overline{BC}$ (또는 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} = \overline{DC}$)



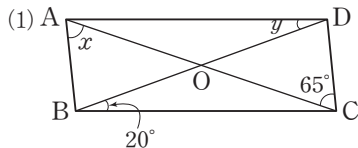
평행사변형이 되는 조건 (1)

□ABCD에서 두 쌍의 **대변**이 각각 **평행**하면 □ABCD는 **평행사변형**이다.

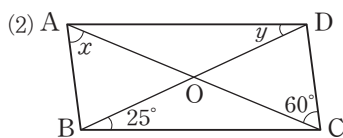
$$\rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

01 다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x, \angle y$ 의 크기를 각각 구하시오.

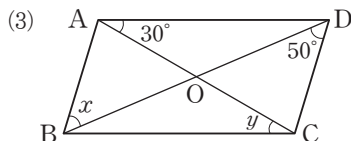
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



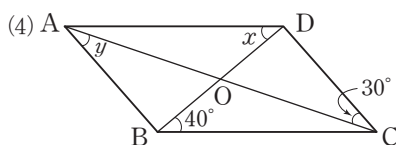
$$\angle x = 65^\circ, \angle y = 20^\circ$$



$$\angle x = 60^\circ, \angle y = 25^\circ$$



$$\angle x = 50^\circ, \angle y = 30^\circ$$



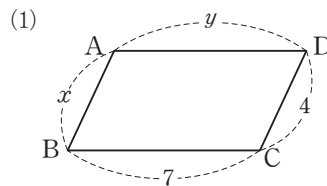
$$\angle x = 40^\circ, \angle y = 30^\circ$$

평행사변형이 되는 조건 (2)

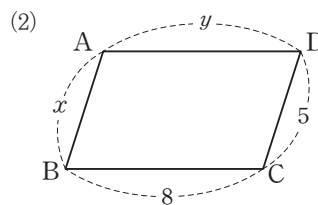
□ABCD에서 두 쌍의 **대변의 길이**가 각각 같으면 □ABCD는 평행사변형이다.

$$\rightarrow \overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$$

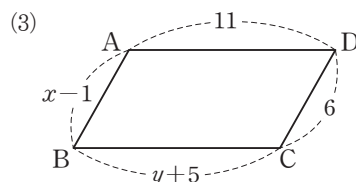
02 다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 각각 구하시오.



$$x=4, y=7$$



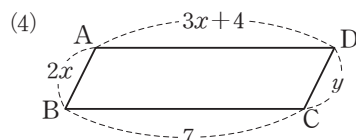
$$x=5, y=8$$



$$x=7, y=6$$

$$x-1=6 \quad \therefore x=7$$

$$y+5=11 \quad \therefore y=6$$



$$x=1, y=2$$

$$3x+4=7 \quad \therefore x=1$$

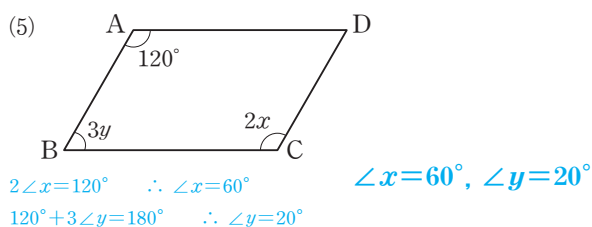
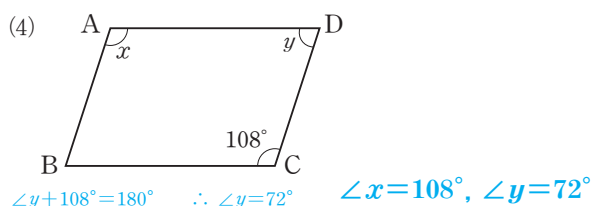
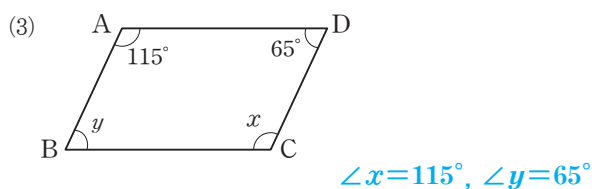
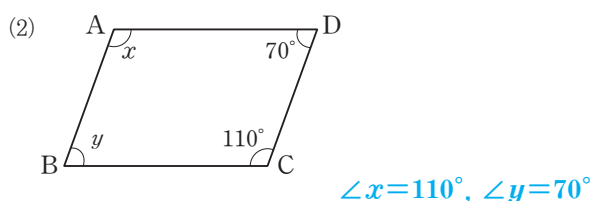
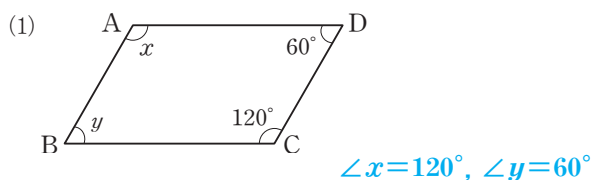
$$y=2x=2 \times 1=2$$

평행사변형이 되는 조건 (3)

□ABCD에서 두 쌍의 **대각의 크기**가 각각 같으면 □ABCD는 평행사변형이다.

$$\rightarrow \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$$

03 다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하시오.



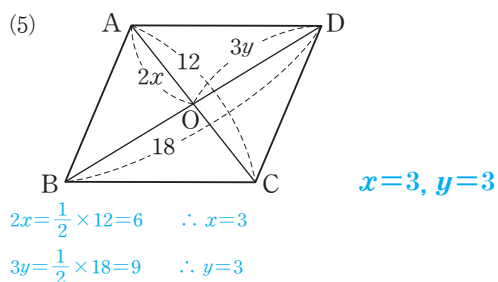
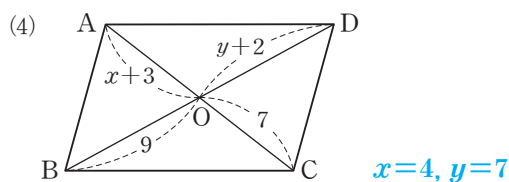
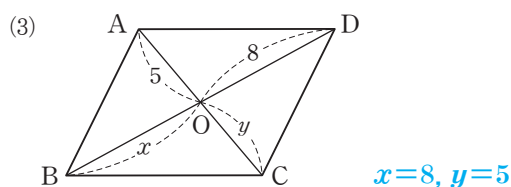
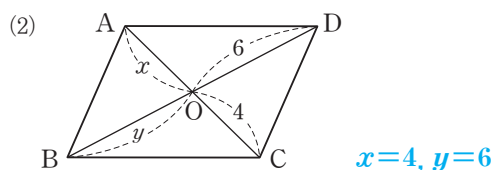
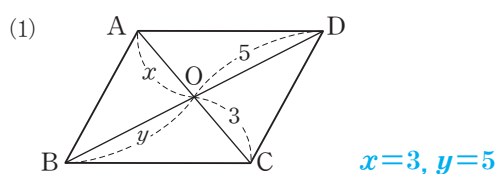
평행사변형이 되는 조건 (4)

□ABCD에서 두 대각선이 서로 다른 것을 **이등분**하면 □ABCD는 평행사변형이다.

$$\rightarrow \overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$

04 다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x , y 의 값을 각각 구하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

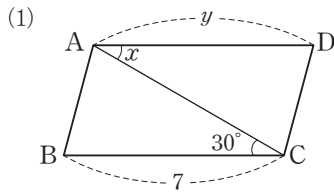


... 평행사변형이 되는 조건 (5) ...

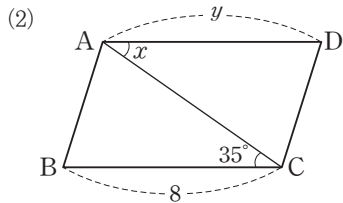
□ABCD에서 한 쌍의 대변이 **평행**하고, 그 길이가 같으면
□ABCD는 평행사변형이다.

→ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

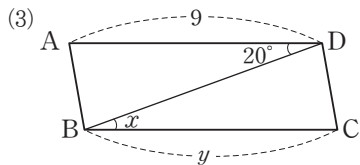
05 다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$ 의 크기와 y 의 값을 각각 구하시오.



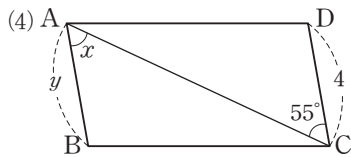
$\angle x = 30^\circ$, $y = 7$



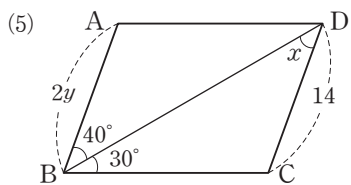
$\angle x = 35^\circ$, $y = 8$



$\angle x = 20^\circ$, $y = 9$

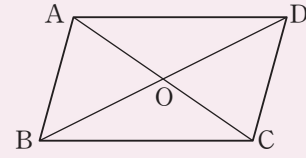


$\angle x = 55^\circ$, $y = 4$



$\angle x = 40^\circ$, $y = 7$

... 평행사변형이 되는 조건의 종합 ...

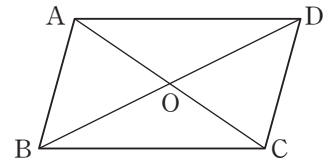


① $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ② $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

③ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ ④ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

⑤ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 또는 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

06 아래 그림의 □ABCD가 다음 조건을 각각 만족시킬 때, 평행사변형인 것은 ○표, 평행사변형이 아닌 것은 ×표 하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



(1) $\overline{AB} = 4$, $\overline{DC} = 4$, $\overline{AD} = 5$, $\overline{BC} = 5$ (○)

(2) $\overline{AO} = 6$, $\overline{BO} = 6$, $\overline{CO} = 9$, $\overline{DO} = 9$ (×)

(3) $\angle A = 125^\circ$, $\angle B = 55^\circ$, $\angle D = 55^\circ$ (○)

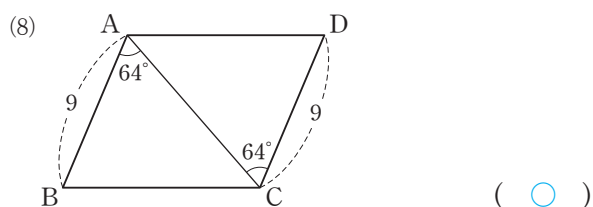
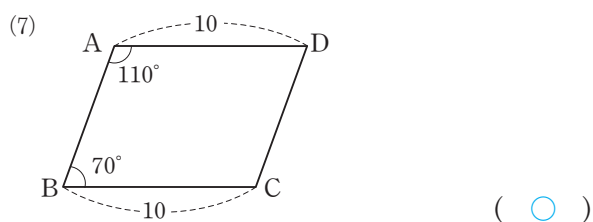
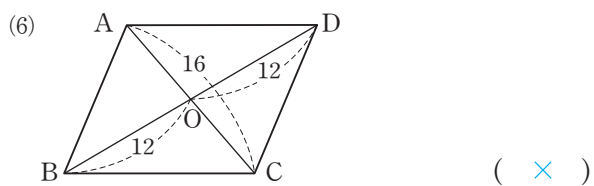
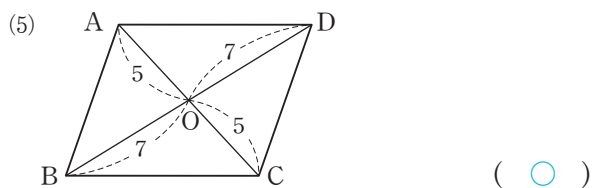
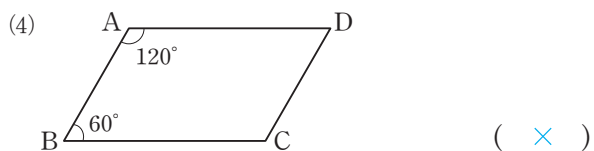
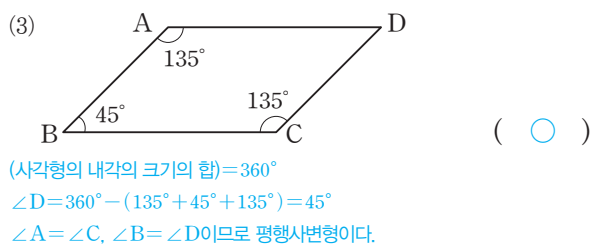
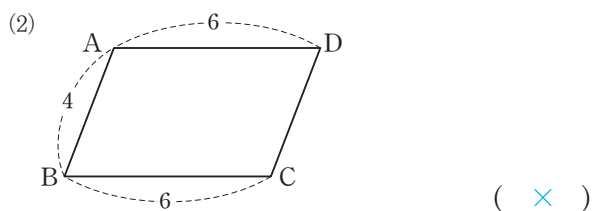
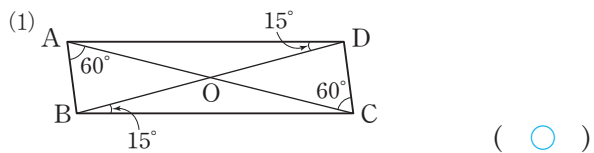
(4) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} = 7$, $\overline{DC} = 7$ (×)

(5) $\angle ACB = \angle CAD = 20^\circ$,
 $\angle ABD = \angle BDC = 60^\circ$ (○)

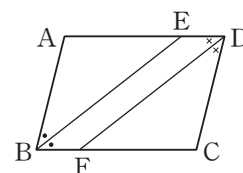
(6) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} = 10$, $\overline{DC} = 10$ (○)

07 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형인 것은 ○표, 평행사변형이 아닌 것은 ×표 하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



08 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B, \angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}, \overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



(1) $\overline{BE} = \overline{FD}$

$\overline{ED} \parallel \overline{BF}$ 이고,
 $\angle ABE = \angle EBC = \angle DFC$ (동위각)
 이므로 $\overline{BE} \parallel \overline{FD}$
 따라서 □EBFD는 평행사변형이다.

(2) $\overline{BF} = \overline{ED}$

(3) $\angle BED = \angle BFD$



13

평행사변형과 넓이

2 사각형의 성질

(1) 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서

$$\textcircled{1} \triangle ABC = \triangle BCD = \triangle CDA = \triangle DAB = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$\textcircled{2} \triangle ABO = \triangle BCO = \triangle CDO = \triangle DAO = \frac{1}{4} \square ABCD$$

예 위 그림의 평행사변형 ABCD의 넓이가 24일 때,

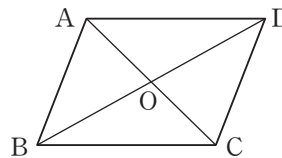
$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 24 = 12, \triangle CDO = \frac{1}{4} \times 24 = 6$$

(2) 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때,

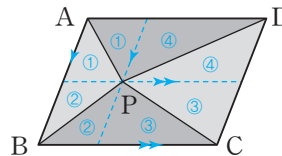
$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \quad \textcircled{3} + \textcircled{4} \quad \textcircled{1} + \textcircled{4} \quad \textcircled{2} + \textcircled{3} \\ \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PDA + \triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD$$

예 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD의 넓이가 30일 때,

$$\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2} \times 30 = 15$$



참고 평행사변형 ABCD에서 다음이 성립한다.
 $\triangle ABO \equiv \triangle CDO, \triangle BCO \equiv \triangle DAO$



평행사변형과 넓이—한 대각선

평행사변형의 넓이는 한 **대각선**에 의해 이등분된다.

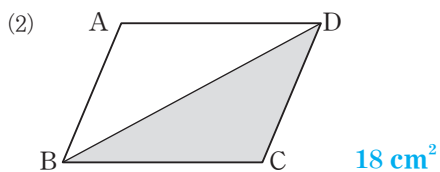
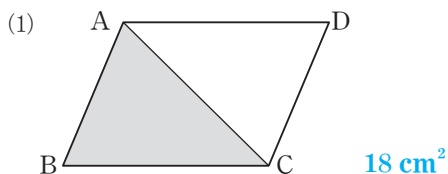
$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \triangle CDA \\ &= \frac{1}{2} \square ABCD \end{aligned}$$

평행사변형과 넓이—두 대각선

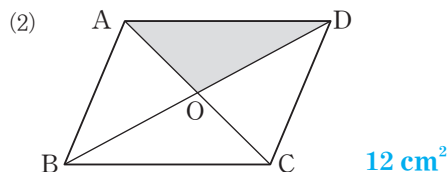
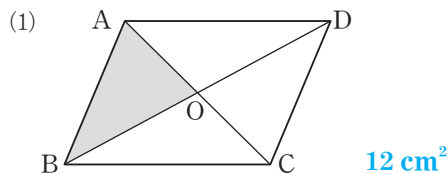
평행사변형의 넓이는 두 **대각선**에 의하여 사등분된다.

$$\begin{aligned} \triangle ABO &= \triangle CDO \\ &= \triangle DAO = \triangle BCO \\ &= \frac{1}{4} \square ABCD \end{aligned}$$

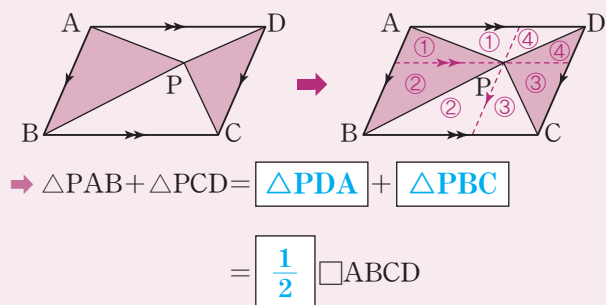
01 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 36 cm^2 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



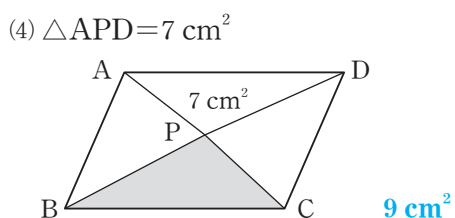
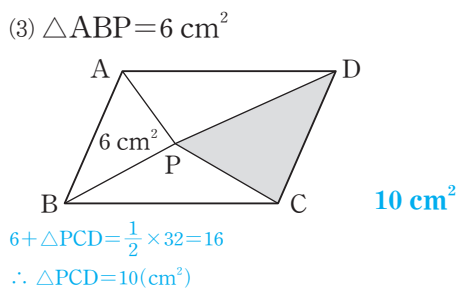
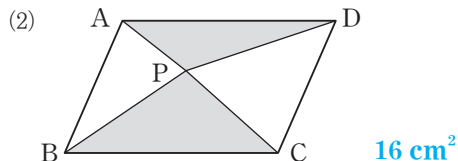
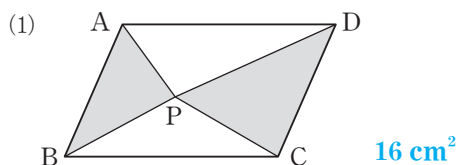
02 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 48 cm^2 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.
 (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



... 평행사변형과 넓이 - 내부의 한 점 ...

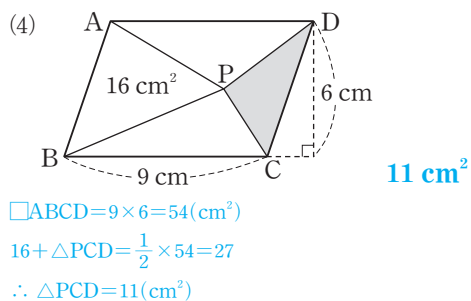
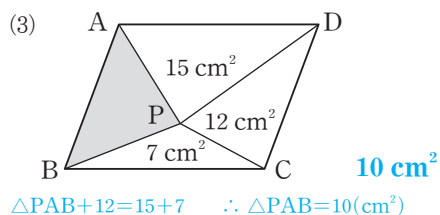
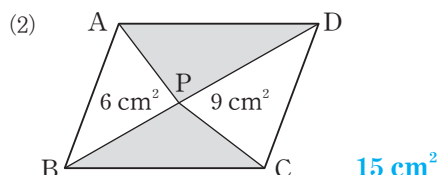
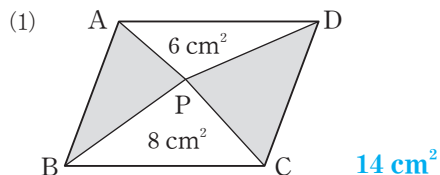


03 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 32 cm^2 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



04 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

(단, 삼각형 안의 수는 그 삼각형의 넓이다.)





14

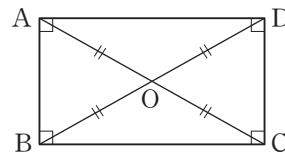
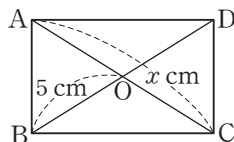
직사각형

2 사각형의 성질

- (1) 직사각형: 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
 $\rightarrow \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

- (2) 직사각형의 성질: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
 $\rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}, \overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$

예 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 가 직사각형일 때,
 $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로 $\overline{DO} = 5 \text{ cm}$ 이고,
 $\overline{BD} = \overline{AC} = x \text{ cm}$ 이므로 $x = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$



참고 직사각형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

- (3) 평행사변형이 직사각형이 되는 조건

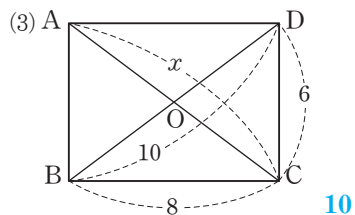
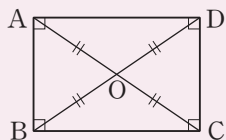
- ① 한 내각이 직각이다. $\rightarrow$ 평행사변형 ABCD에서 $\angle A = 90^\circ$
 ② 두 대각선의 길이가 같다. $\rightarrow$ 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC} = \overline{BD}$

직사각형의 성질

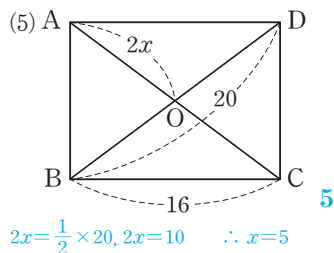
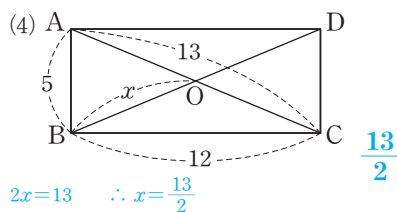
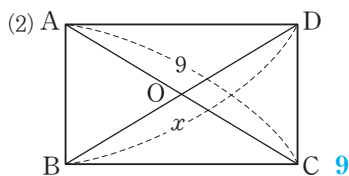
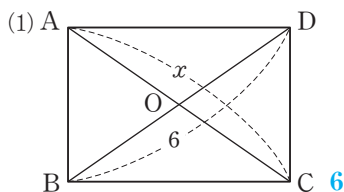
두 **대각선**은 길이가 **같고**, 서로 다른 것을 **이등분**한다.

$$\rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}$$

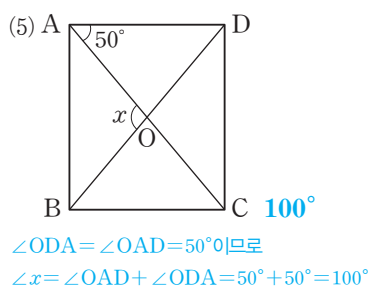
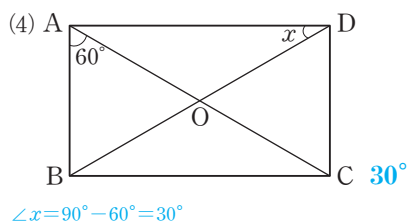
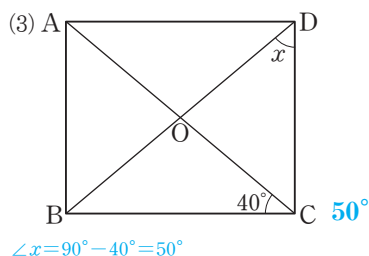
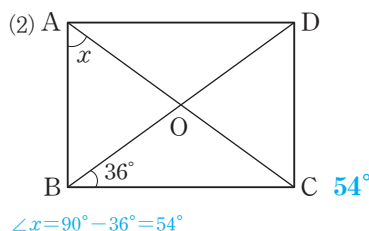
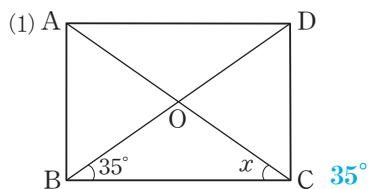
$$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$$



- 01** 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 x 의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



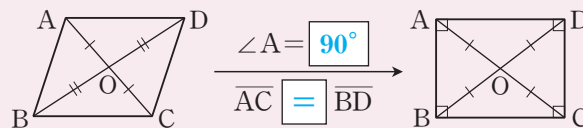
02 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



.... **평행사변형이 직사각형이 되는 조건**

① 한 내각이 **직각**이다.

② 두 **대각선**의 길이가 **같다**.



03 다음은 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 됨을 증명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서

$\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$,

$\overline{BC}$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS 합동)

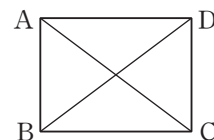
$\therefore \angle ABC = \angle DCB$

□ABCD는 평행사변형이므로

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

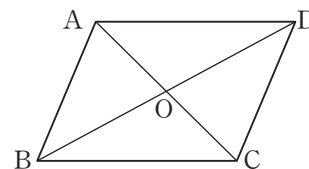
$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D$

따라서 □ABCD는 직사각형이다.



04 다음 그림의 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되도록 알맞은 수를 □ 안에 써넣으시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



(1) $\angle B = 90^\circ$

(2) $\overline{AC} = 10$ 일 때, $\overline{BD} = 10$

(3) $\overline{BO} = 3$ 일 때, $\overline{AO} = 3$



15

마름모

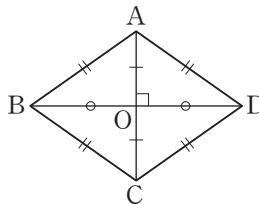
2 사각형의 성질

(1) 마름모: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형

$$\rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$$

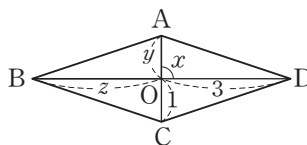
(2) 마름모의 성질: 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

$$\rightarrow \overline{AC} \perp \overline{BD}, \overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$



참고 마름모는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

예 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 가 마름모일 때,
 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로
 $\angle x = 90^\circ$, $y = 1$, $z = 3$



(3) 평행사변형이 마름모가 되는 조건

① 이웃하는 두 변의 길이가 같다. $\rightarrow$ 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$

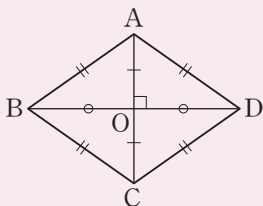
② 두 대각선이 서로 수직이다. $\rightarrow$ 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

마름모의 성질

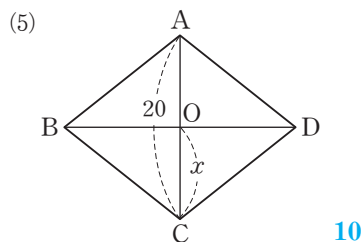
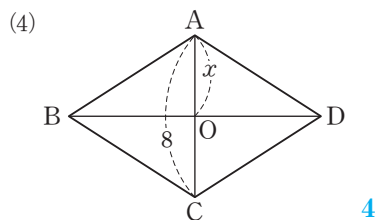
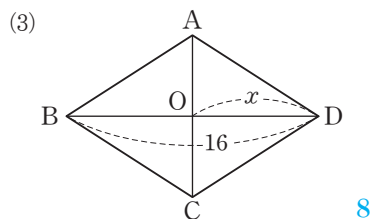
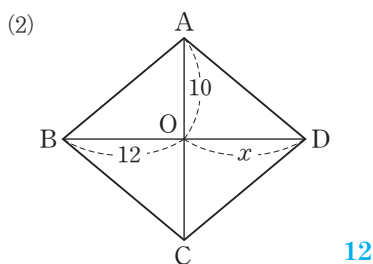
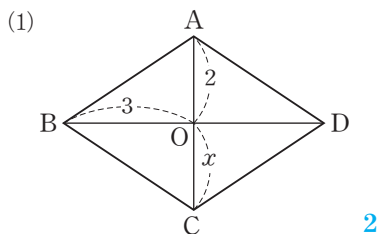
두 **대각선**은 서로 다른 것을 **수직이등분** 한다.

$$\rightarrow \overline{AC} \perp \overline{BD}$$

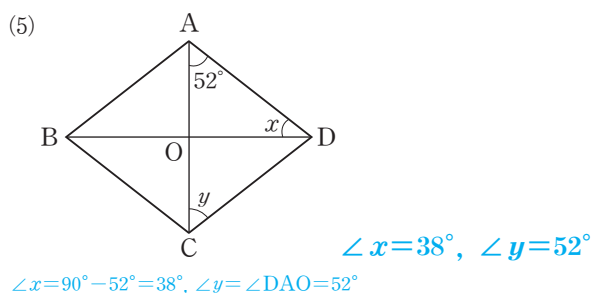
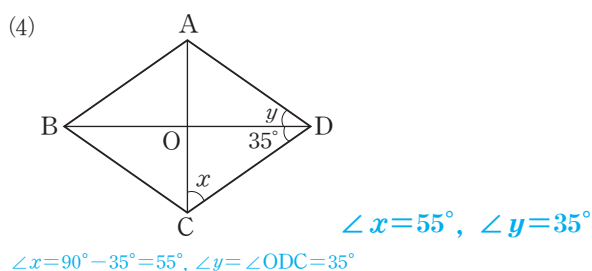
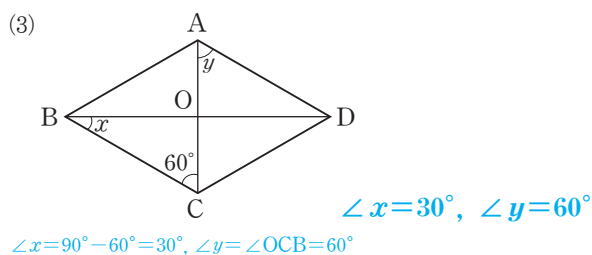
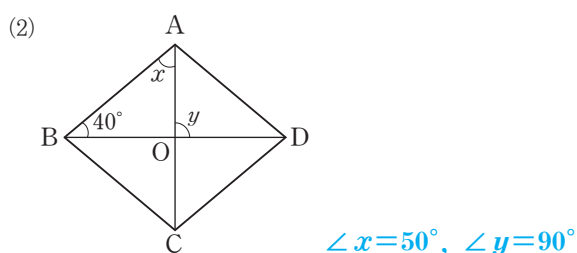
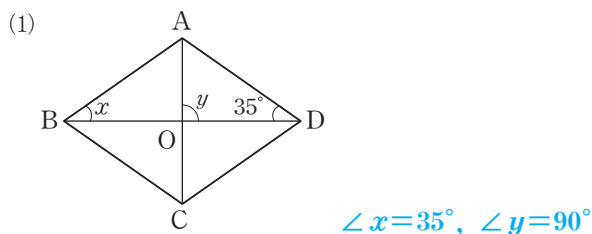
$$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$



01 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 x 의 값을 구하시오.
 (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

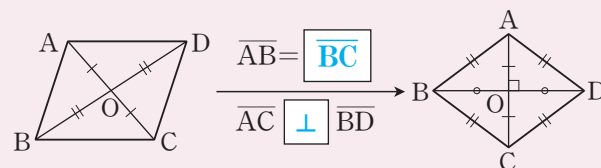


02 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



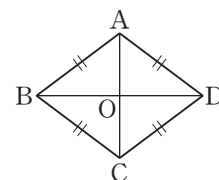
... **평행사변형이 마름모가 되는 조건** ...

- ① 이웃하는 두 변의 길이가 **같다**.
 ② 두 **대각선**이 서로 **수직**이다.



03 다음은 마름모의 두 대각선이 수직임을 증명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

마름모 ABCD에서
 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AD}, \overline{BC} = \overline{DC}$,



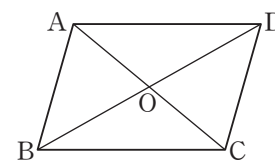
$\overline{AC}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS 합동)

$\therefore \angle BAC = \angle DAC$

따라서 $\overline{AC}$ 는 이등변삼각형 ABD의 꼭지각인 $\angle A$ 의 이등분선이 되어 밑변 BD를 수직이등분한다.

$\therefore \overline{AC} \perp \overline{BD}$

04 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD가 마름모가 되도록 알맞은 수를 □ 안에 써넣으시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



(1) $\overline{AB} = 6$ 일 때, $\overline{AD} = \boxed{6}$

(2) $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{CD} = \boxed{10}$

(3) $\angle AOB = \boxed{90}^\circ$



16

정사각형

2 사각형의 성질

(1) 정사각형: 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

$$\rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}, \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

(2) 정사각형의 성질: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

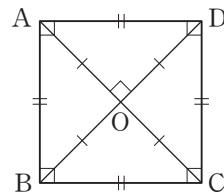
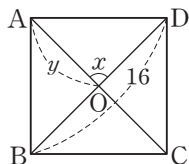
$$\rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}, \overline{AC} \perp \overline{BD}, \overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$$

예 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 가 정사각형일 때,

$$\overline{AC} \perp \overline{BD} \text{이므로 } \angle x = 90^\circ$$

$$\overline{AC} = \overline{BD}, \overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} \text{이므로}$$

$$y = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$



참고 정사각형은 직사각형의 성질과 마름모의 성질을 모두 만족시킨다.

(3) 직사각형이 정사각형이 되는 조건: 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직이다.

$$\rightarrow \text{직사각형 } ABCD \text{에서 (i) } \overline{AB} = \overline{BC} \quad \text{(ii) } \overline{AC} \perp \overline{BD}$$

(4) 마름모가 정사각형이 되는 조건: 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같다.

$$\rightarrow \text{마름모 } ABCD \text{에서 (i) } \angle A = 90^\circ \quad \text{(ii) } \overline{AC} = \overline{BD}$$

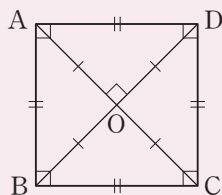
정사각형의 성질

두 **대각선**은 길이가 같고, 서로

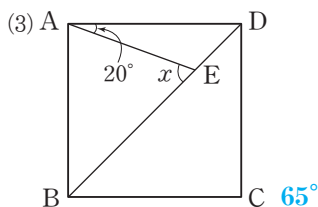
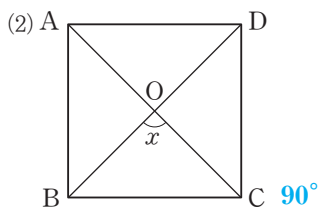
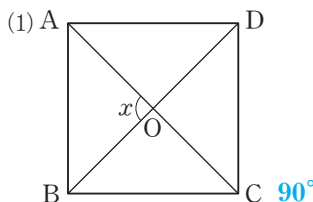
다른 것을 **수직이등분**한다.

$$\rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}, \overline{AC} \perp \overline{BD}$$

$$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$$

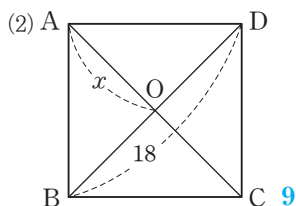
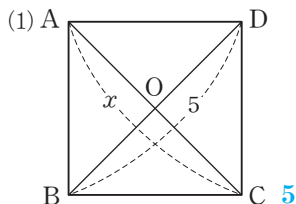


02 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



$\angle ADB = 45^\circ$ 이므로 $\triangle AED$ 에서
 $\angle x = \angle EAD + \angle ADE = 20^\circ + 45^\circ = 65^\circ$

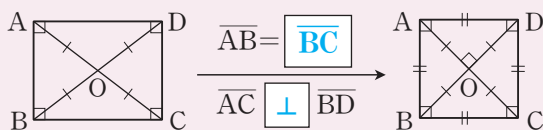
01 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 x 의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



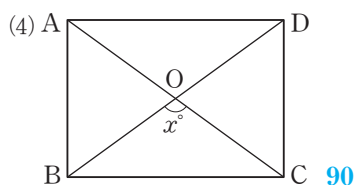
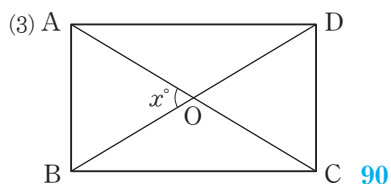
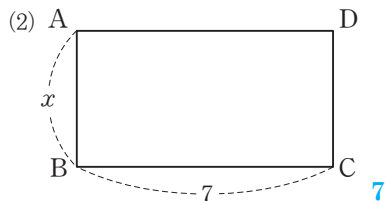
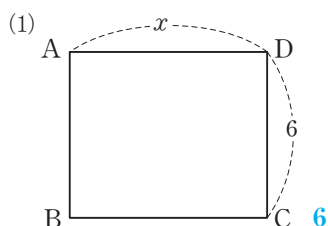
.... 직사각형이 정사각형이 되는 조건

① 이웃하는 두 변의 길이가 **같다**.

② 두 **대각선**이 서로 **수직**이다.



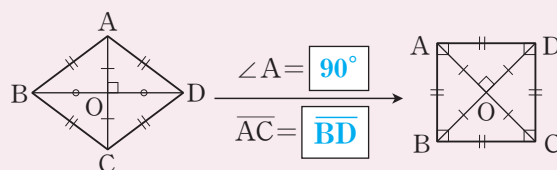
03 다음 그림의 직사각형이 정사각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



.... 마름모가 정사각형이 되는 조건

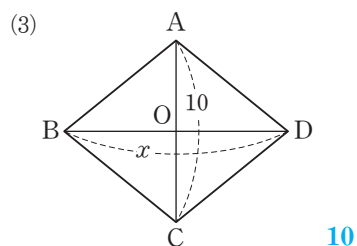
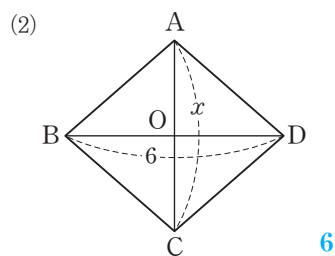
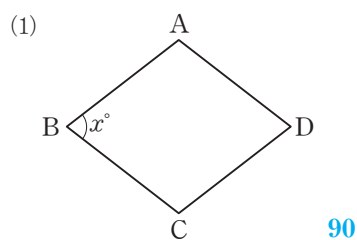
① 한 내각이 **직각**이다.

② 두 **대각선**의 길이가 **같다**.



04 다음 그림의 마름모가 정사각형이 되도록 하는 $\angle x$ 의 크기 또는 x 의 값을 구하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)





17

등변사다리꼴

2 사각형의 성질

- (1) 사다리꼴: 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 $\rightarrow \overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 (2) 등변사다리꼴: 밑변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴 $\rightarrow \overline{AD} \parallel \overline{BC}, \angle B = \angle C$
 (3) 등변사다리꼴의 성질

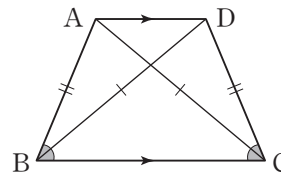
① 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같다. $\rightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$

② 두 대각선의 길이가 같다. $\rightarrow \overline{AC} = \overline{DB}$

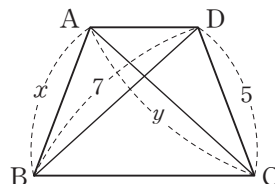
예 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 가 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴일 때,

$$\overline{AB} = \overline{DC} \text{이므로 } x = 5$$

$$\overline{AC} = \overline{DB} \text{이므로 } y = 7$$



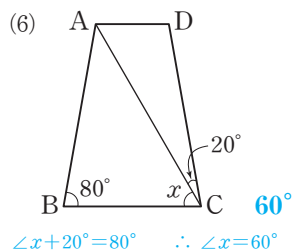
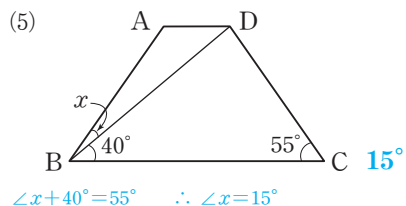
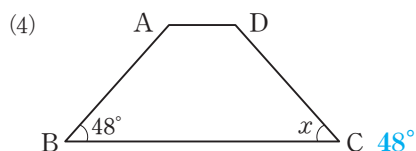
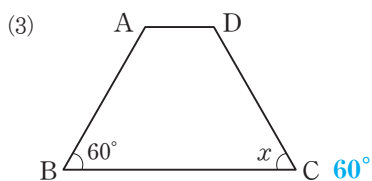
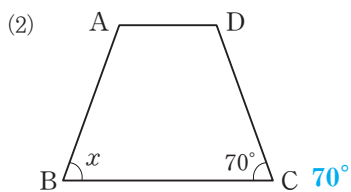
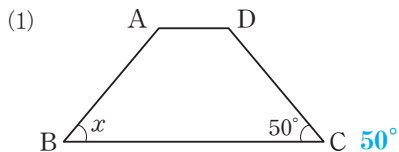
참고 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$



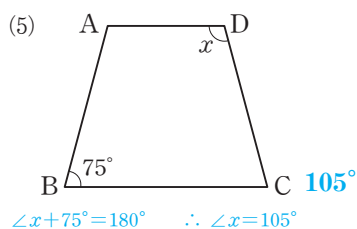
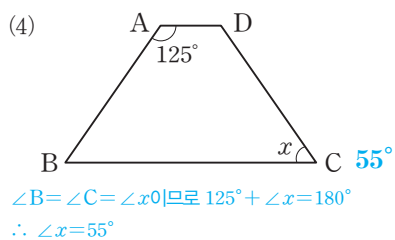
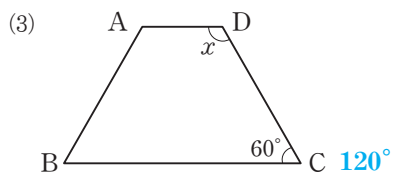
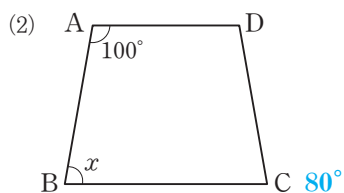
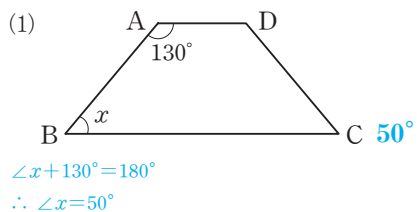
등변사다리꼴의 뜻

등변사다리꼴: 밑변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴

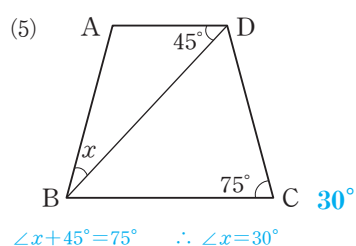
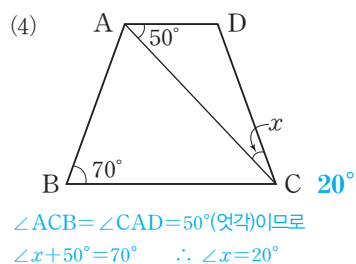
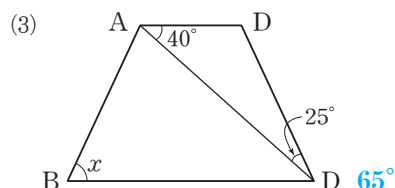
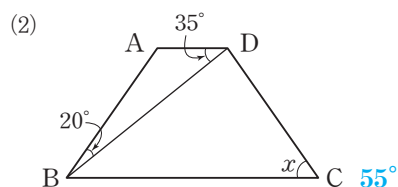
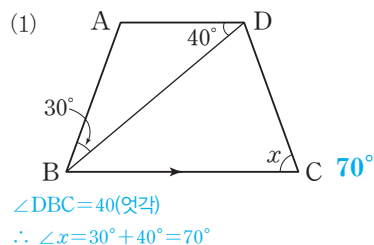
01 다음 그림의 $\square ABCD$ 가 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



02 다음 그림의 □ABCD가 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



03 다음 그림의 □ABCD가 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



... ○ 등변사다리꼴의 성질 ○ ...

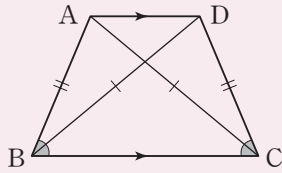
① 평행하지 않은 한 쌍의

대변의 길이가 **같다**.

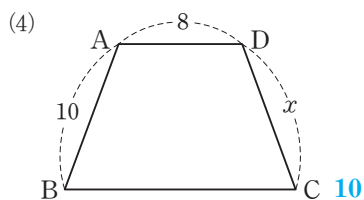
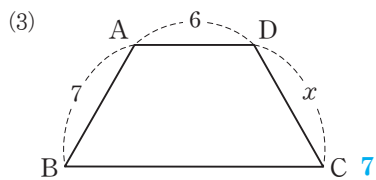
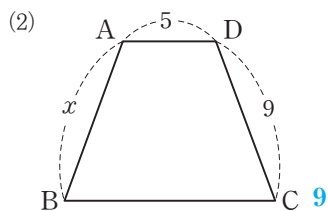
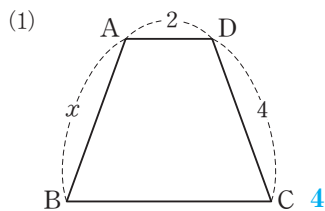
→ $\overline{AB} = \overline{DC}$

② 두 **대각선**의 길이가 **같다**.

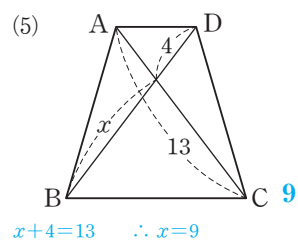
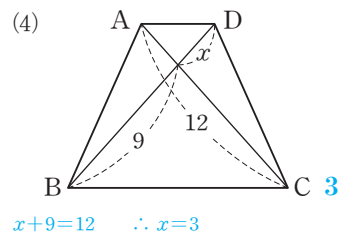
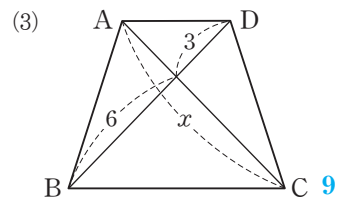
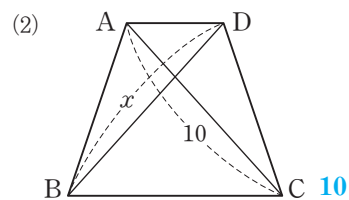
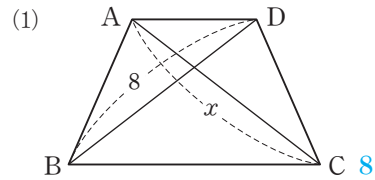
→ $\overline{AC} = \overline{DB}$



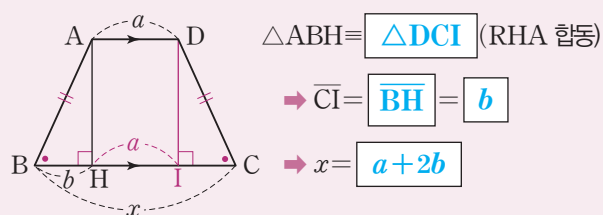
04 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 x 의 값을 구하시오.



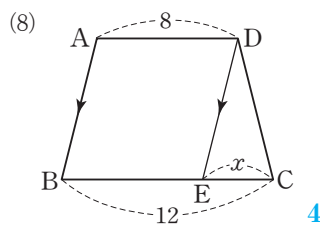
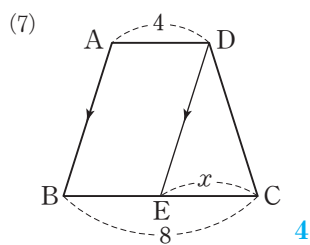
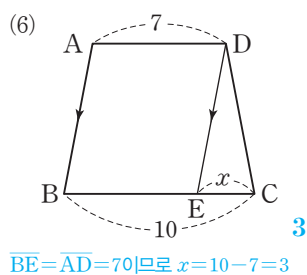
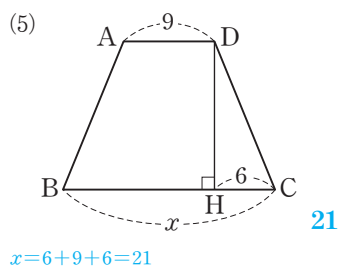
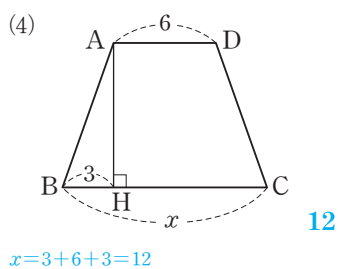
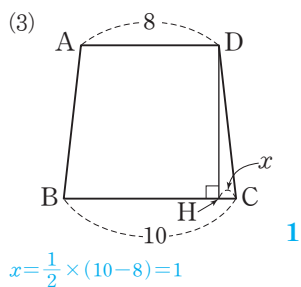
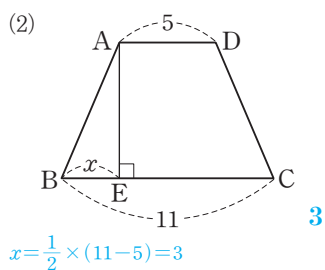
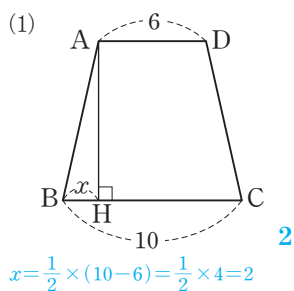
05 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 x 의 값을 구하시오.



... ○ 등변사다리꼴에서 보조선의 이용 ○ ...



06 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 x 의 값을 구하시오.



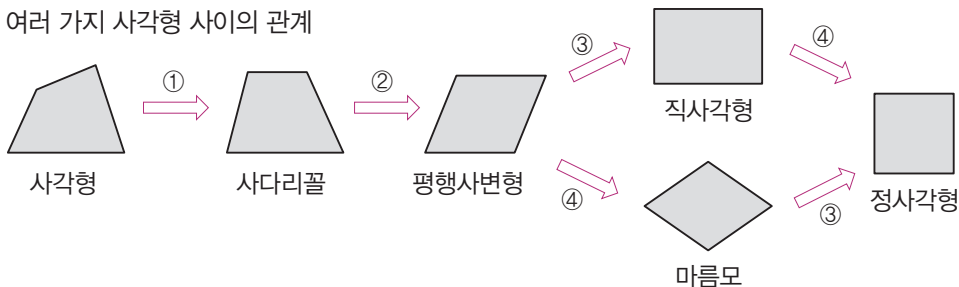


18

여러 가지 사각형 사이의 관계

2 사각형의 성질

(1) 여러 가지 사각형 사이의 관계



- ① 한 쌍의 대변이 평행하다.
- ② 다른 나머지 한 쌍의 대변이 평행하다.
- ③ 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같다.
- ④ 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직이다.

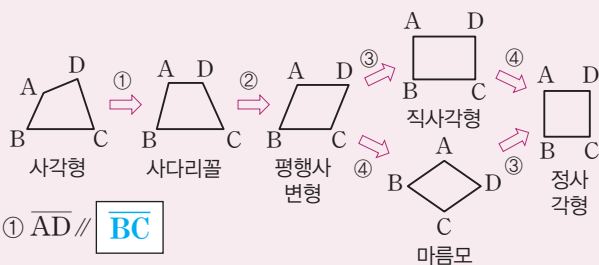
(2) 여러 가지 사각형의 대각선의 성질

- ① 서로 다른 것을 이등분한다. → 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형
- ② 길이가 같다. → 직사각형, 정사각형, 등변사다리꼴
- ③ 수직으로 만난다. → 마름모, 정사각형

(3) 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형

- ① 사각형 → 평행사변형
- ② 평행사변형 → 평행사변형
- ③ 직사각형 → 마름모
- ④ 마름모 → 직사각형
- ⑤ 정사각형 → 정사각형
- ⑥ 등변사다리꼴 → 마름모

여러 가지 사각형 사이의 관계



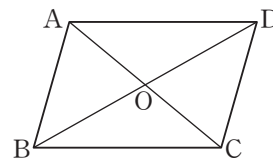
- ① $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
- ② $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
- ③ $\angle A = 90^\circ$ 또는 $\overline{AC} = \overline{BD}$
- ④ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

01 다음 □ 안에 알맞은 사각형을 써넣으시오.

(1) 평행사변형에서 두 대각선이 서로 수직이면 마름모가 된다.

(2) 한 내각이 직각인 마름모는 정사각형이다.

02 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD가 다음 조건을 만족시키면 어떤 사각형이 되는지 말하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



(1) $\angle A = 90^\circ$ 직사각형

(2) $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 마름모

(3) $\overline{AB} = \overline{BC}$ 마름모

(4) $\overline{AC} = \overline{BD}$ 직사각형

(5) $\angle D = 90^\circ$ 직사각형(6) $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90^\circ$ 정사각형(7) $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 정사각형(8) $\overline{CD} = \overline{DA}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 정사각형**03** 다음 성질을 만족시키는 사각형을 모두 찾아 ○표 하시오.

(1) 두 대각선이 수직으로 만난다.

평행사변형	직사각형	마름모
정사각형	등변사다리꼴	

(2) 두 대각선의 길이가 같다.

평행사변형	직사각형	마름모
정사각형	등변사다리꼴	

(3) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

평행사변형	직사각형	마름모
정사각형	등변사다리꼴	

04 다음 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 말 하시오.

(1) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형

(평행사변형)

평행사변형 → 평행사변형

(2) 밑변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴

(마름모)

등변사다리꼴 → 마름모

(3) 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형

(직사각형)

마름모 → 직사각형

(4) 이웃하는 두 변의 길이가 같은 직사각형

(정사각형)

정사각형 → 정사각형

05 다음은 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 짝 지은 것이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표 하고 옳은 답을 써넣으시오.

(1) 직사각형 → 정사각형

(×) 마름모

(2) 마름모 → 정사각형

(×) 직사각형

(3) 등변사다리꼴 → 마름모

(○) _____

(4) 평행사변형 → 평행사변형

(○) _____

(5) 사각형 → 마름모

(×) 평행사변형

(6) 정사각형 → 정사각형

(○) _____



19

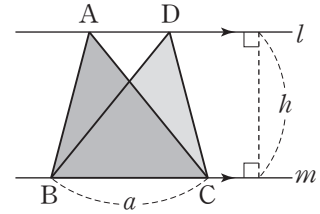
평행선과 삼각형의 넓이

2 사각형의 성질

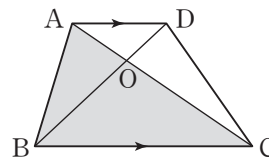
두 평행선 사이에 놓여 있는 밑변의 길이가 같은 삼각형의 넓이는 모두 같다.

→ $l \parallel m$ 이면 $\triangle ABC = \triangle DBC = \frac{1}{2}ah$

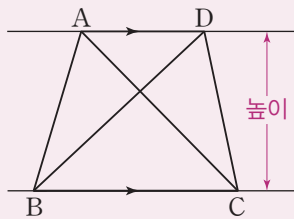
참고 평행한 두 직선 사이의 거리는 일정하다.



예 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서
 $\triangle DBC = 12 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle ABC = \triangle DBC = 12 \text{ cm}^2$

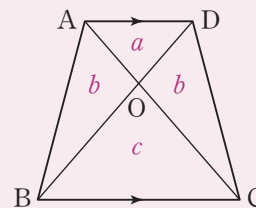


넓이가 같은 삼각형 찾기



- ① $\triangle ABC = \triangle DBC$
- ② $\triangle ABD = \triangle ACD$

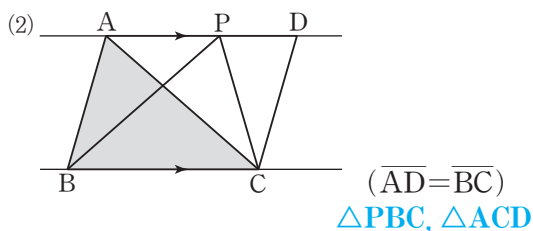
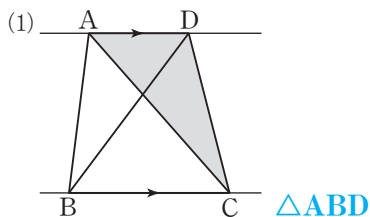
사다리꼴에서의 삼각형의 넓이



$\triangle OBC$ 는 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 의
공통 부분이므로 그 나머지끼리는
넓이가 같다.

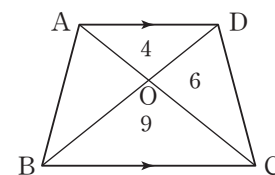
→ $\triangle OAB = \triangle OCD$

01 다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 일 때, 색칠한 부분과 넓이가
같은 삼각형을 모두 찾으시오.



02 아래 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 다음
삼각형의 넓이를 구하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

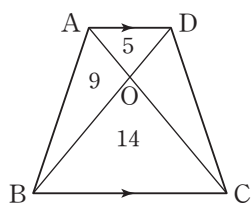


(1) $\triangle ABC$ **15**
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC = \triangle DBC = 6 + 9 = 15$

(2) $\triangle ABD$ **10**
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABD = \triangle ACD = 4 + 6 = 10$

(3) $\triangle OAB$ **6**
 $\triangle OAB = \triangle ABD - \triangle AOD = 10 - 4 = 6$

- 03** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 다음 삼각형의 넓이를 구하시오.
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



- (1) $\triangle DBC$ **23**

$$\triangle DBC = \triangle ABC = 9 + 14 = 23$$

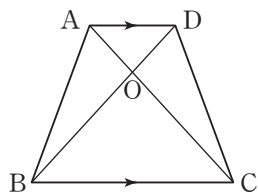
- (2) $\triangle ACD$ **14**

$$\triangle ACD = \triangle ABD = 9 + 5 = 14$$

- (3) $\triangle OCD$ **9**

$$\triangle OCD = \triangle ACD - \triangle AOD = 14 - 5 = 9$$

- 04** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 다음을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



- (1) $\triangle ABC = 20 \text{ cm}^2$, $\triangle DOC = 7 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle OBC$ 의 넓이 **13 cm^2**

$$\triangle DBC = \triangle ABC = 20 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \triangle OBC = \triangle DBC - \triangle DOC = 20 - 7 = 13 (\text{cm}^2)$$

- (2) $\triangle ABD = 16 \text{ cm}^2$, $\triangle AOD = 7 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle DOC$ 의 넓이 **9 cm^2**

$$\triangle ACD = \triangle ABD = 16 \text{ cm}^2$$

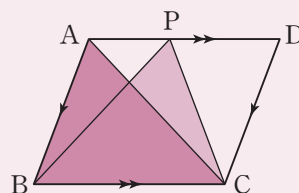
$$\therefore \triangle DOC = \triangle ACD - \triangle AOD = 16 - 7 = 9 (\text{cm}^2)$$

- (3) $\triangle DBC = 30 \text{ cm}^2$, $\triangle AOD = 5 \text{ cm}^2$,
 $\triangle OBC = 18 \text{ cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이 **47 cm^2**

$$\triangle ABO = \triangle ABC - \triangle OBC = \triangle DBC - \triangle OBC = 30 - 18 = 12 (\text{cm}^2)$$

$$\therefore \square ABCD = 12 + 30 + 5 = 47 (\text{cm}^2)$$

..... 평행사변형에서의 삼각형의 넓이

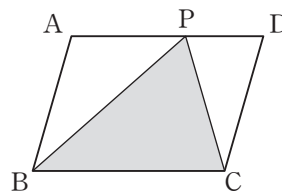


$$\triangle PBC = \triangle ABC$$

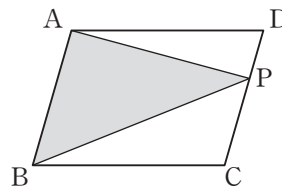
$$= \frac{1}{2} \square ABCD$$

- 05** 평행사변형 ABCD의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 삼각형의 넓이를 구하시오.

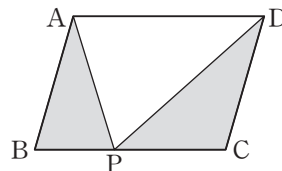
- (1) $\square ABCD = 26 \text{ cm}^2$ **13 cm^2**



- (2) $\square ABCD = 32 \text{ cm}^2$ **16 cm^2**



- (3) $\square ABCD = 46 \text{ cm}^2$ **23 cm^2**





개념
20

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비

2 사각형의 성질

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

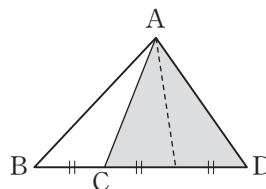
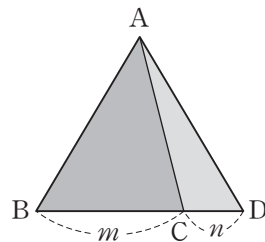
$$\rightarrow \triangle ABC : \triangle ACD = m : n$$

참고 점 C가 $\overline{BD}$ 의 중점일 때, $\triangle ABC = \triangle ACD$

예 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC = 5 \text{ cm}^2$ 이고 $\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 2$ 일 때,

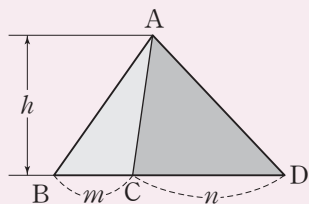
$$\triangle ABC : \triangle ACD = 1 : 2 \text{ 이므로}$$

$$\triangle ACD = 2\triangle ABC = 2 \times 5 = 10 (\text{cm}^2)$$



... 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비 ...

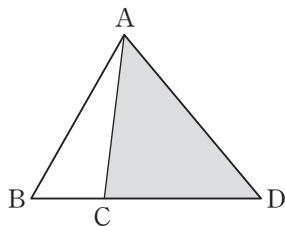
높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 **밑변의 길이**의 비와 같다.



$$\begin{aligned} \triangle ABC : \triangle ACD &= \left(\frac{1}{2} \times m \times h \right) : \left(\frac{1}{2} \times n \times h \right) \\ &= m : n \end{aligned}$$

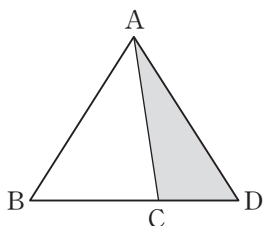
01 $\triangle ABC = 12 \text{ cm}^2$ 이고 $\overline{BC} : \overline{CD}$ 가 다음과 같이 주어질 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하시오.

(1) $\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 2$ **24 cm^2**



$$\begin{aligned} 12 : \triangle ACD &= 1 : 2 \\ \therefore \triangle ACD &= 24 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

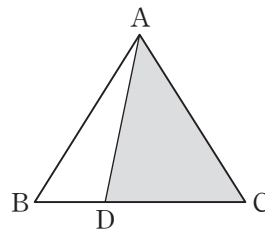
(2) $\overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 2$ **8 cm^2**



$$\begin{aligned} 12 : \triangle ACD &= 3 : 2 \\ 3\triangle ACD &= 24 \\ \therefore \triangle ACD &= 8 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

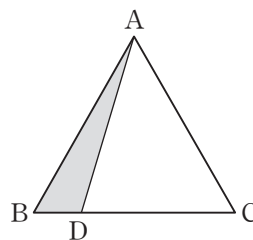
02 $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\overline{BD} : \overline{DC}$ 가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 삼각형의 넓이를 구하시오.

(1) $\triangle ABC = 18 \text{ cm}^2$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$ **12 cm^2**



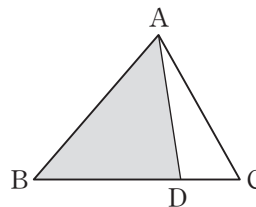
$$\triangle ADC = \frac{2}{3} \triangle ABC = \frac{2}{3} \times 18 = 12 (\text{cm}^2)$$

(2) $\triangle ABC = 24 \text{ cm}^2$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 3$ **6 cm^2**



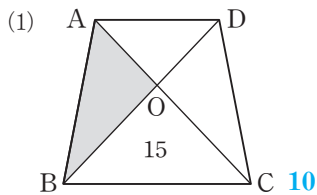
$$\triangle ABD = \frac{1}{4} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 24 = 6 (\text{cm}^2)$$

(3) $\triangle ABC = 49 \text{ cm}^2$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 2$ **35 cm^2**



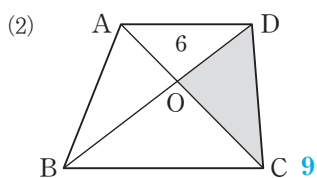
$$\triangle ABD = \frac{5}{7} \triangle ABC = \frac{5}{7} \times 49 = 35 (\text{cm}^2)$$

03 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AO} : \overline{CO} = 2 : 3$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



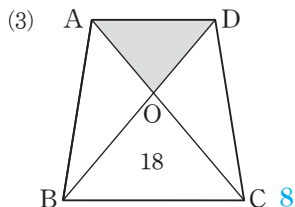
$$\triangle OAB : 15 = 2 : 3 \text{ 이므로}$$

$$3\triangle OAB = 30 \quad \therefore \triangle OAB = 10$$



$$6 : \triangle OCD = 2 : 3 \text{ 이므로}$$

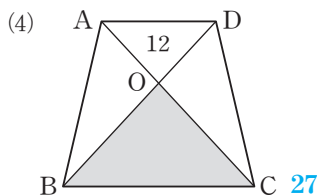
$$2\triangle OCD = 18 \quad \therefore \triangle OCD = 9$$



$$\triangle OAB : 18 = 2 : 3 \text{ 이므로 } 3\triangle OAB = 36 \quad \therefore \triangle OAB = 12$$

$$\triangle OCD = 12 \text{ 이므로 } \triangle AOD : 12 = 2 : 3$$

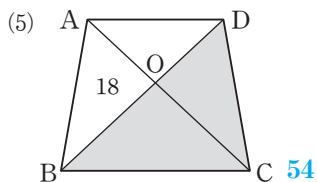
$$3\triangle AOD = 24 \quad \therefore \triangle AOD = 8$$



$$12 : \triangle OCD = 2 : 3 \text{ 이므로 } 2\triangle OCD = 36 \quad \therefore \triangle OCD = 18$$

$$\triangle OAB = 18 \text{ 이므로 } 18 : \triangle OBC = 2 : 3$$

$$2\triangle OBC = 54 \quad \therefore \triangle OBC = 27$$

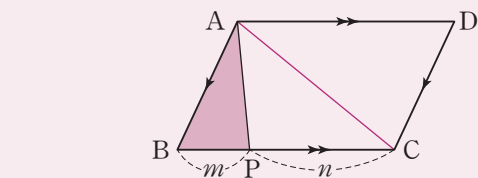


$$18 : \triangle OBC = 2 : 3 \text{ 이므로 } 2\triangle OBC = 54 \quad \therefore \triangle OBC = 27$$

$$\triangle OCD = \triangle OAB = 18$$

$$\therefore \triangle DBC = \triangle OBC + \triangle OCD = 27 + 18 = 54$$

... **평행사변형에서의 삼각형의 넓이** ...

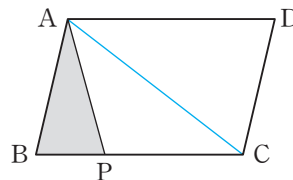


$\overline{BP} : \overline{PC} = m : n$ 일 때

$$\triangle ABP = \frac{m}{m+n} \triangle ABC = \frac{m}{2(m+n)} \square ABCD$$

04 평행사변형 ABCD에서 다음과 같은 조건이 주어질 때, 색칠한 삼각형의 넓이를 구하시오.

(1) $\square ABCD = 30 \text{ cm}^2$, $\overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 2$ **5 cm^2**

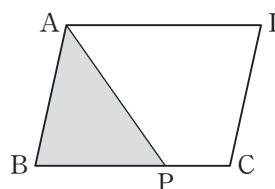


$$\triangle ABP = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{6} \times 30 = 5(\text{cm}^2)$$

(2) $\square ABCD = 45 \text{ cm}^2$, $\overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 1$ **15 cm^2**

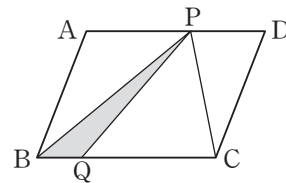


$$\triangle ABP = \frac{2}{3} \triangle ABC$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{3} \times 45 = 15(\text{cm}^2)$$

05 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BQ} : \overline{QC} = 1 : 3$ 이고 $\square ABCD$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, $\triangle PBQ$ 의 넓이를 구하시오.



(1) $\square ABCD = 24 \text{ cm}^2$ **3 cm^2**

$$\triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle PBQ = \frac{1}{4} \triangle PBC = \frac{1}{4} \times 12 = 3(\text{cm}^2)$$

(2) $\square ABCD = 40 \text{ cm}^2$ **5 cm^2**

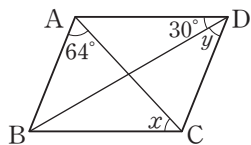
$$\triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 40 = 20(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle PBQ = \frac{1}{4} \triangle PBC = \frac{1}{4} \times 20 = 5(\text{cm}^2)$$



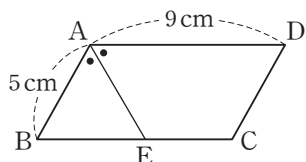
내신 도전

- 01 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



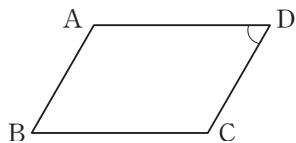
- ① 84° ✓ ② 86° ③ 88°
 ④ 90° ⑤ 92°
 $\angle DBC = \angle ADB = 30^\circ$ (엇각), $\angle ACD = \angle BAC = 64^\circ$ (엇각)
 $\therefore \angle x + \angle y = 180^\circ - (30^\circ + 64^\circ) = 86^\circ$

- 02 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는?



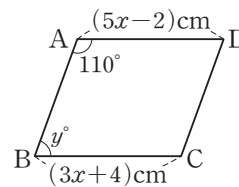
- ① 2 cm ② 3 cm ✓ ③ 4 cm
 ④ 5 cm ⑤ 6 cm
 $\overline{BC} = \overline{AD} = 9$ cm
 $\angle BAE = \angle EAD = \angle BEA$ (엇각)이므로
 $\overline{BE} = \overline{BA} = 5$ cm
 $\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 9 - 5 = 4$ (cm)

- 03 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A : \angle B = 2 : 1$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



- ① 45° ② 50° ③ 55°
 ✓ ④ 60° ⑤ 65°
 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이므로 $\angle B = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$
 $\therefore \angle D = \angle B = 60^\circ$

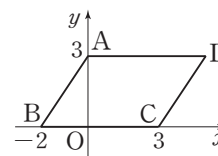
- 04 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 가 평행사변형일 때, x, y 의 값을 각각 구하시오.



$5x - 2 = 3x + 4$ 이므로 $2x = 6 \quad \therefore x = 3$
 $110^\circ + y^\circ = 180^\circ$ 이므로 $y = 180 - 110 = 70$

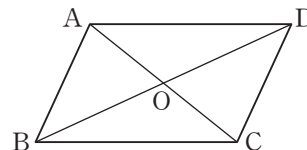
$x = 3, y = 70$

- 05 좌표평면에서 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 가 평행사변형일 때, 점 D의 좌표를 구하시오. **D(5, 3)**



$\overline{AD} = \overline{BC} = 3 - (-2) = 5$
 $\therefore D(5, 3)$

- 06 다음 중 $\square ABCD$ 가 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은? (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



- ✓ ① $\overline{AB} = \overline{BC} = 6, \overline{CD} = \overline{DA} = 8$
 ② $\angle A = 40^\circ, \angle B = 140^\circ, \angle C = 40^\circ$
 ③ $\overline{AO} = 3$ cm, $\overline{BO} = 5$ cm, $\overline{CO} = 3$ cm, $\overline{DO} = 5$ cm
 ④ $\overline{AD} = \overline{BC} = 6$ cm, $\angle ADB = \angle DBC = 20^\circ$
 ⑤ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \angle BAC = \angle ACD = 55^\circ$
 ① $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$ 이어야 한다.

- 07 오른쪽 그림과 같은
평행사변형 ABCD에서
 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각
M, N이라 하자.

$\square ABCD = 28 \text{ cm}^2$ 일 때,

$\square MPNQ$ 의 넓이는?

- ① 4 cm^2 ☒ ② 7 cm^2 ③ 10 cm^2
④ 12 cm^2 ⑤ 14 cm^2

$$\begin{aligned}\square MPNQ &= \triangle MPN + \triangle MNQ \\ &= \frac{1}{4} \square ABNM + \frac{1}{4} \square MNCD \\ &= \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 28 = 7(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

- 08 오른쪽 그림과 같은 평행사변
형 ABCD의 내부의 한 점
P에 대하여 $\triangle PDA$ 의 넓이
가 25 cm^2 일 때, $\triangle PBC$ 의
넓이를 구하시오. **15 cm^2**

$$\begin{aligned}\triangle PDA + \triangle PBC &= \frac{1}{2} \square ABCD \text{이므로} \\ 25 + \triangle PBC &= 40 \quad \therefore \triangle PBC = 40 - 25 = 15(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

- 09 오른쪽 그림과 같은 직사각형
ABCD에서 $\angle y - \angle x$ 의 크기
는?(단, 점 O는 두 대각선의 교점
이다.)

- ① 14° ② 15° ③ 16°
④ 17° ☒ ⑤ 18°

$$\begin{aligned}\overline{OB} = \overline{OC} \text{이므로 } \angle OBC &= \angle OCB \quad \therefore \angle x = 36^\circ \\ \overline{OA} = \overline{OB} \text{이므로 } \angle OAB &= \angle OBA \\ \angle ABC = 90^\circ \text{이므로 } \angle y &= 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ \\ \therefore \angle y - \angle x &= 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ\end{aligned}$$

- 10 다음 중 오른쪽 그림의 평
행사변형 ABCD가 직사
각형이 되는 조건이 아닌
것은? (단, 점 O는 두 대
각선의 교점이다.)

- ① $\angle A = \angle B$ ☒ ② $\angle B = \angle D$
③ $\angle C = 90^\circ$ ④ $\overline{AC} = \overline{BD}$
⑤ $\overline{CO} = \overline{DO}$

② $\angle B = \angle D$ 는 평행사변형의 성질이다.

- 11 오른쪽 그림과 같은 마름모
ABCD에서 $\triangle ABO$ 의
넓이는?

- ☒ ① 6 cm^2
② 12 cm^2
③ 18 cm^2
④ 24 cm^2
⑤ 30 cm^2

$$\overline{BO} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}), \overline{AO} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

$$\angle AOB = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(\text{cm}^2)$$

- 12 오른쪽 그림의 평행사변형
ABCD에서 점 O는 두 대
각선의 교점일 때, 다음 중
 $\square ABCD$ 가 마름모가 되
는 조건을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\overline{AC} = \overline{BD}$ ② $\angle BAD = \angle ADC$
☒ ③ $\overline{AB} = \overline{BC}$ ④ $\angle ADC = 90^\circ$
☒ ⑤ $\angle BOC = 90^\circ$

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 두 변의 길이가 같거나
두 대각선이 서로 수직이어야 한다.

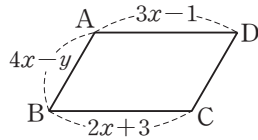


- 13 오른쪽 그림과 같은 사각형 ABCD가 마름모일 때, $x+y$ 의 값을 구하시오. 9

$$3x-1=2x+30 \text{ 이므로 } x=4$$

$$3x-1=4x-y \text{ 이므로 } 11=16-y \quad \therefore y=5$$

$$\therefore x+y=4+5=9$$



- 14 오른쪽 그림과 같이 마름모 ABCD의 꼭짓점 A에서 두 변 BC, CD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자. $\angle B=62^\circ$ 일 때, $\angle AEF$ 의 크기는?

① 56°

② 57°

③ 58°

✓ ④ 59°

⑤ 60°

$$\triangle ABE \cong \triangle ADF \text{ (RHA 합동) 이므로}$$

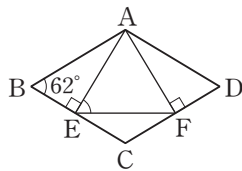
$$\angle BAE = \angle DAF = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ, \overline{AE} = \overline{AF}$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE$$

$$\angle BAD = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle EAF = 118^\circ - 2 \times 28^\circ = 62^\circ$$

$$\therefore \angle AEF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 62^\circ) = 59^\circ$$



- 15 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD의 넓이는?

① 25 cm^2

✓ ② 50 cm^2

③ 75 cm^2

④ 100 cm^2

⑤ 150 cm^2

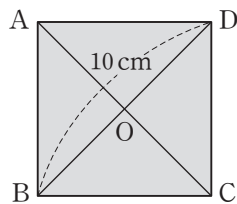
$$\overline{AO} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm}), \angle AOB = 90^\circ$$

$$\therefore \square ABCD = 2\triangle ABD = 2 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 50(\text{cm}^2)$$

[다른 풀이]

$$\overline{AC} = \overline{BD} = 10 \text{ cm}$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50(\text{cm}^2)$$



- 16 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{BE} = \overline{CF}$, $\angle GEC = 124^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오. 34°

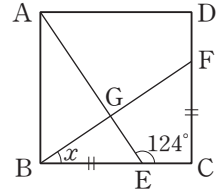
$$\triangle ABE \cong \triangle BCF \text{ (SAS 합동) 이므로}$$

$$\angle BAE = \angle CBF$$

$$\triangle ABE \text{ 에서 } \angle BAE + \angle AEB = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle CBF + \angle AEB = 90^\circ$$

$$\angle AEB = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ \quad \therefore \angle x = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$$



- 17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 7 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 10 \text{ cm}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는?

① 24 cm

② 27 cm

✓ ③ 31 cm

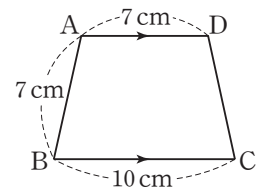
④ 35 cm

⑤ 38 cm

$$\overline{DC} = \overline{AB} = 7 \text{ cm}$$

따라서 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는

$$7 + 10 + 7 + 7 = 31(\text{cm})$$



- 18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 $x+y$ 의 값을 구하시오. 36

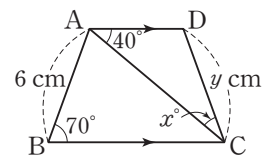
$$\angle DCB = \angle B = 70^\circ,$$

$$\angle ACB = \angle DAC = 40^\circ \text{ (엇각) 이므로}$$

$$\angle ACD = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ \quad \therefore x = 30$$

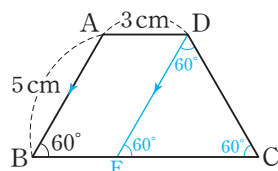
$$\overline{AB} = \overline{DC} = 6 \text{ cm 이므로 } y = 6$$

$$\therefore x + y = 30 + 6 = 36$$



19 오른쪽 그림과 같이

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴
ABCD에서 $\angle B = 60^\circ$,
 $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$, $\overline{AD} = 3 \text{ cm}$
일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



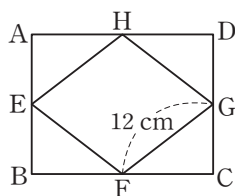
- ① 6 cm ② 7 cm ✓ ③ 8 cm
④ 9 cm ⑤ 10 cm

$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 가 되도록 $\overline{DE}$ 를 그으면 $\overline{BE} = \overline{AD} = 3 \text{ cm}$
 $\triangle DEC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{EC} = \overline{DC} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

20 다음 중 '두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.'는
성질을 가지는 사각형을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 평행사변형 ② 직사각형 ✓ ③ 마름모
✓ ④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

두 대각선이 서로 수직으로 만나는 사각형은 마름모와 정사각형이다.
이때 마름모와 정사각형은 모두 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

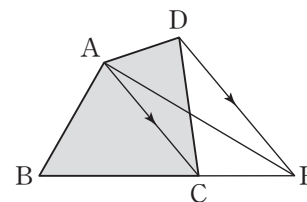
21 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 는
직사각형이고, $\square EFGH$ 는
 $\square ABCD$ 의 각 변의 중점을
연결하여 만든 사각형이다.
 $\overline{FG} = 12 \text{ cm}$ 일 때, $\square EFGH$
의 둘레의 길이는?

- ① 32 cm ② 36 cm ③ 40 cm
④ 44 cm ✓ ⑤ 48 cm

직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이다.
따라서 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이는 $12 \times 4 = 48(\text{cm})$

22 오른쪽 그림에서

$\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이고
 $\triangle ABC = 10 \text{ cm}^2$,
 $\triangle ACE = 6 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\square ABCD$ 의 넓이는?



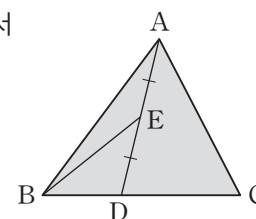
- ① 12 cm^2 ② 14 cm^2 ✓ ③ 16 cm^2
④ 18 cm^2 ⑤ 20 cm^2

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE$
 $= 10 + 6 = 16(\text{cm}^2)$

23 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 3$ 이고
 $\overline{AE} = \overline{ED}$ 이다.

$\triangle ABE = 10 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

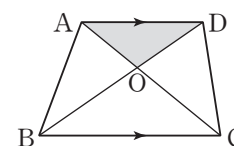


- ① 40 cm^2 ② 45 cm^2 ✓ ③ 50 cm^2
④ 55 cm^2 ⑤ 60 cm^2

$\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로 $\triangle EBD = 10 \text{ cm}^2$ $\therefore \triangle ABD = 20 \text{ cm}^2$
 $\triangle ABD : \triangle ADC = 2 : 3$ 이므로 $\triangle ADC = 30 \text{ cm}^2$
 $\therefore \triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC = 20 + 30 = 50(\text{cm}^2)$

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
인 사다리꼴 ABCD에서 점 O
는 두 대각선의 교점이다.

$\triangle OAB = 4 \text{ cm}^2$,
 $\triangle OBC = 6 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle AOD$ 의 넓이를 구하시오.



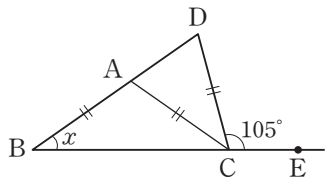
$\triangle OAB : \triangle OBC = 4 : 6 = 2 : 3$ 이므로
 $\overline{AO} : \overline{OC} = 2 : 3$
 $\triangle OCD = \triangle OAB = 4 \text{ cm}^2$ 이므로
 $\triangle AOD : \triangle DOC = 2 : 3$, $\triangle AOD : 4 = 2 : 3$
 $3\triangle AOD = 8$ $\therefore \triangle AOD = \frac{8}{3}(\text{cm}^2)$

$\frac{8}{3} \text{ cm}^2$



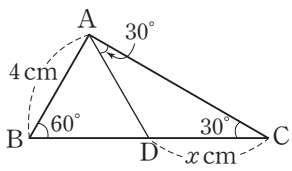
대단원 평가

- 01 오른쪽 그림에서
 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DC}$ 이고
 $\angle DCE = 105^\circ$ 일 때,
 $\angle x$ 의 크기는?



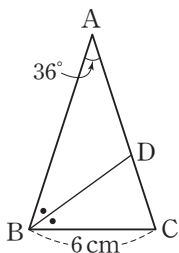
- ① 30° ② 32° ☒ ③ 35°
 ④ 38° ⑤ 40°
 $\angle ACB = \angle B = \angle x$ 이므로
 $\angle CAD = \angle CDA = 2\angle x$
 $\angle B + \angle BDC = \angle DCE$ 이므로 $\angle x + 2\angle x = 105^\circ$
 $\therefore \angle x = 35^\circ$

- 02 오른쪽 그림에서 x 의 값은?



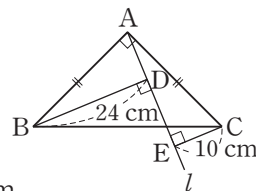
- ① 3 ☒ ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 8
 $\triangle ADC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.
 즉 $\overline{AD} = \overline{CD} = x$ cm이다.
 이때 $\angle ADB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.
 $\therefore \overline{AD} = \overline{AB} = 4$ cm $\therefore x = 4$

- 03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등
 변삼각형 ABC에서 $\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이
 등분선일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



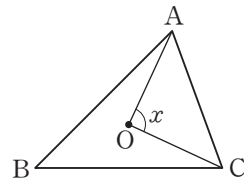
- ① 7 cm ☒ ② 6 cm
 ③ 5 cm ④ 4 cm
 ⑤ 3 cm
 $\angle ABC = \angle ACB = 72^\circ$
 $\angle ABD = 36^\circ$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이다.
 또한 $\angle BDC = 72^\circ$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = 6$ cm

- 04 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$
 인 직각이등변삼각형 ABC의
 두 꼭짓점 B, C에서 꼭짓점 A
 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의
 발을 D, E라 하자. $\overline{BD} = 24$ cm,
 $\overline{CE} = 10$ cm일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하시오. 14 cm



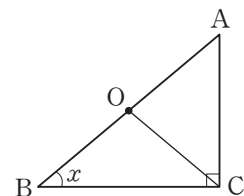
$\triangle ABD \cong \triangle CAE$ (RHA 합동)이므로
 $\overline{AE} = \overline{BD} = 24$ cm, $\overline{AD} = \overline{CE} = 10$ cm
 $\therefore \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 24 - 10 = 14$ (cm)

- 05 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에
 서 점 O는 외심이고
 $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 3 : 5$
 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 100° ② 95° ☒ ③ 90°
 ④ 85° ⑤ 80°
 $\angle B = \frac{3}{12} \times 180^\circ = 45^\circ$ $\therefore \angle x = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

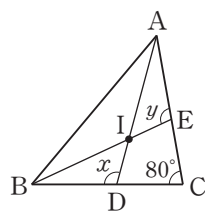
- 06 오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$
 인 직각삼각형 ABC에서
 점 O는 외심이고,
 $\angle BOC : \angle AOC = 5 : 4$ 일 때,
 $\angle x$ 의 크기는?



- ① 60° ② 55°
 ④ 45° ☒ ⑤ 40°
 $\angle BOC = \frac{5}{9} \times 180^\circ = 100^\circ$
 $\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$

- 07** 오른쪽 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구 하시오. **210°**

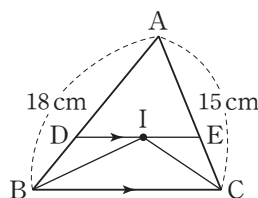
$$\begin{aligned} \angle IAB &= \angle IAC = \angle a, \\ \angle IBA &= \angle IBC = \angle b \text{라 하면} \\ 2\angle a + 2\angle b + 80^\circ &= 180^\circ \text{이므로} \\ \angle a + \angle b &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ \\ \triangle ADC \text{에서 } \angle x &= \angle a + 80^\circ \\ \triangle BCE \text{에서 } \angle y &= \angle b + 80^\circ \\ \therefore \angle x + \angle y &= (\angle a + 80^\circ) + (\angle b + 80^\circ) \\ &= \angle a + \angle b + 160^\circ = 50^\circ + 160^\circ \\ &= 210^\circ \end{aligned}$$



- 08** 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이다. $\overline{AB} = 18 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 15 \text{ cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

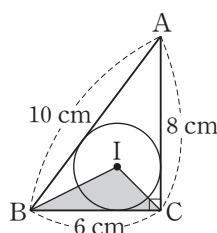
- ① 29 cm ② 30 cm ③ 31 cm
④ 32 cm **⑤ 33 cm**

$$\begin{aligned} \angle DBI &= \angle IBC = \angle DIB \text{(엇각)} & \therefore \overline{DB} &= \overline{DI} \\ \angle ECI &= \angle ICB = \angle EIC \text{(엇각)} & \therefore \overline{EC} &= \overline{EI} \\ \text{따라서 } \triangle ADE \text{의 둘레의 길이는} \\ \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{IE}) + \overline{AE} &= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE} \\ &= \overline{AB} + \overline{AC} = 18 + 15 = 33 \text{(cm)} \end{aligned}$$



- 09** 오른쪽 그림에서 점 I는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내심이다. $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 6 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$ 일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하시오. **6 cm²**

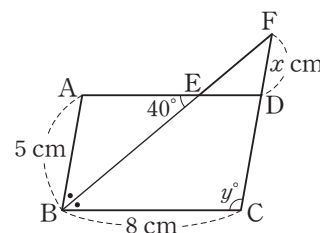
$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{의 내접원의 반지름의 길이를 } r \text{ cm라 하면 } \triangle ABC \text{의 넓이에서} \\ \frac{1}{2} \times r \times (10 + 6 + 8) &= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \\ 12r &= 24 \quad \therefore r = 2 \\ \therefore \triangle IBC &= \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6 \text{(cm}^2\text{)} \end{aligned}$$



- 10** 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 F라 할 때, $x + y$ 의 값은?

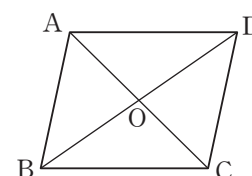
- ① 99 ② 101 **③ 103**
④ 105 ⑤ 107

$$\begin{aligned} \angle ABE &= \angle EBC = \angle AEB = 40^\circ \text{(엇각)이므로 } \angle ABC = 80^\circ \\ \text{이때 } \angle C &= 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \quad \therefore y = 100 \\ \angle FBC &= \angle ABF = \angle BFC = 40^\circ \text{(엇각)이므로 } \overline{CF} = \overline{CB} = 8 \text{ cm} \\ \therefore \overline{DF} &= \overline{CF} - \overline{CD} = 8 - 5 = 3 \text{(cm)}, x = 3 \\ \therefore x + y &= 3 + 100 = 103 \end{aligned}$$



- 11** 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것은? (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

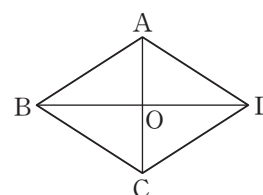
- ① $\overline{AO} = \overline{DO}$ ② $\angle B = \angle C$
③ $\overline{AC} = \overline{BD}$ **④ $\overline{AB} = \overline{BC}$**
⑤ $\angle B + \angle D = 180^\circ$
④ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.



- 12** 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD가 마름모가 되도록 하는 조건을 **보기** 중에서 모두 고른 것은?

- 보기**
- ㉠ $\overline{AC} = \overline{BD}$ ㉡ $\overline{AO} = \overline{BO}$
㉢ $\angle DOA = \angle DOC$ ㉣ $\overline{CD} = \overline{AD}$
㉤ $\angle BCD = \angle BAD$ ㉥ $\angle COB = 90^\circ$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉢, ㉣ ③ ㉣, ㉤
④ ㉠, ㉡, ㉤ **⑤ ㉢, ㉣, ㉥**





13 다음 조건을 모두 만족시키는 사각형은?

- (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

- ① 평행사변형 ② 마름모 ③ 직사각형
✓④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

직사각형의 성질 (가)와 마름모의 성질 (나)를 모두 만족시키는 사각형은 정사각형이다.

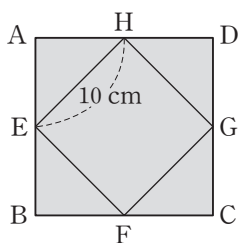
14 오른쪽 그림에서 □EFGH는 정사각형 ABCD의 중점을 연결하여 만든 사각형이다.

$\overline{EH}=10$ cm일 때, □ABCD의 넓이를 구하시오. **200 cm²**

□EFGH는 정사각형이고

□EFGH = $\triangle AEH + \triangle EBF + \triangle FCG + \triangle GDH$

$\therefore \square ABCD = 2\square EFGH = 2 \times 10 \times 10 = 200(\text{cm}^2)$



15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}=6$ cm, $\overline{AB}=12$ cm, $\angle C=60^\circ$ 일 때, □ABCD의 둘레의 길이는?

- ① 46 cm ✓② 48 cm ③ 50 cm
④ 52 cm ⑤ 54 cm

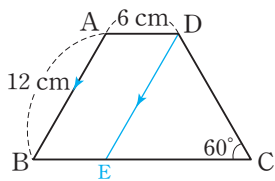
$\triangle DEC$ 는 정삼각형이므로

$\overline{BE} = \overline{AD} = 6$ cm, $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{EC} = 12$ cm

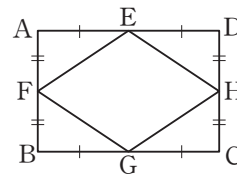
$\therefore \overline{BC} = 6 + 12 = 18(\text{cm})$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$6 + 12 + 18 + 12 = 48(\text{cm})$



16 다음 중 직사각형 ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 □EFGH에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



- ① 두 쌍의 대변의 길이가 같다.
② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
✓④ 두 대각선의 길이가 같다.
⑤ 네 변의 길이가 모두 같다.

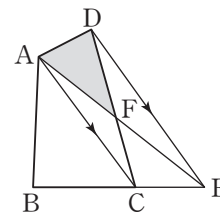
직사각형 → 마름모이고, ④는 직사각형의 성질이다.

17 오른쪽 그림에서 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABE = 28$ cm², □ABCF = 22 cm²일 때, $\triangle AFD$ 의 넓이는?

- ① 5 cm² ✓② 6 cm²
③ 7 cm² ④ 8 cm²
⑤ 9 cm²

$\triangle ACD = \triangle ACE$ 이므로

$\triangle AFD = \triangle FCE = \triangle ABE - \square ABCF$
 $= 28 - 22 = 6(\text{cm}^2)$

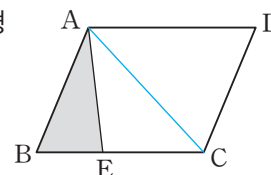


18 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 200 cm²이고, $\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는?

- ① 30 cm² ② 35 cm² ✓③ 40 cm²
④ 45 cm² ⑤ 50 cm²

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 200 = 100(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABE = \frac{2}{5} \triangle ABC = \frac{2}{5} \times 100 = 40(\text{cm}^2)$





II

도형의 닮음과 피타고라스 정리

이 단원에서 공부해야 할 필수 개념

1 도형의 닮음 (1)

- 개념 01 닮음의 뜻
- 개념 02 평면도형에서의 닮음의 성질
- 개념 03 입체도형에서의 닮음의 성질
- 개념 04 닮은 평면도형의 넓이의 비
- 개념 05 닮은 입체도형의 겹넓이의 비와 부피의 비
- 개념 06 삼각형의 닮음 조건
- 개념 07 직각삼각형의 닮음

내신 도전

2 도형의 닮음 (2)

- 개념 08 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비(1)
- 개념 09 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비(2)
- 개념 10 삼각형의 각의 이등분선
- 개념 11 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질
- 개념 12 사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

- 개념 13 평행선 사이의 선분의 길이의 비
- 개념 14 삼각형의 중선
- 개념 15 삼각형의 무게중심
- 개념 16 삼각형의 무게중심과 넓이

내신 도전

3 피타고라스 정리

- 개념 17 피타고라스 정리
- 개념 18 피타고라스 정리의 증명(1)
- 개념 19 피타고라스 정리의 증명(2)
- 개념 20 직각삼각형이 될 조건
- 개념 21 직각삼각형에서의 피타고라스 정리의 활용
- 개념 22 사각형에서의 피타고라스 정리의 활용
- 개념 23 직각삼각형과 세 반원 사이의 관계

내신 도전

대단원 평가

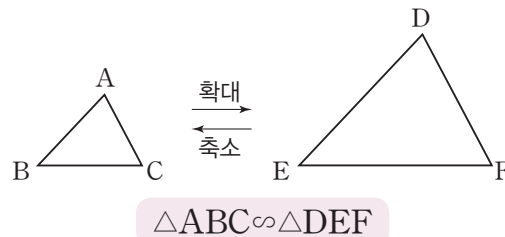


01

닮음의 뜻

1 도형의 닮음 (1)

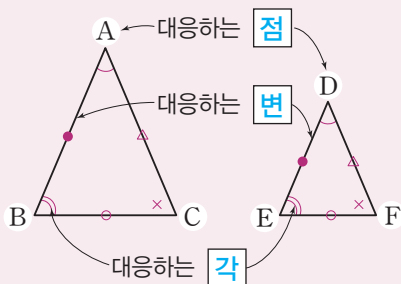
- (1) 닮음: 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 다른 도형과 합동이 될 때, 이 두 도형은 서로 닮음인 관계에 있다고 한다.
- (2) 닮은 도형: 서로 닮음인 관계에 있는 두 도형
- (3) 닮음의 기호: $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 서로 닮은 도형일 때, 이것을 기호 $\sim$ 를 사용하여 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 로 나타낸다. 이때 두 도형의 꼭짓점은 대응하는 순서대로 쓴다.



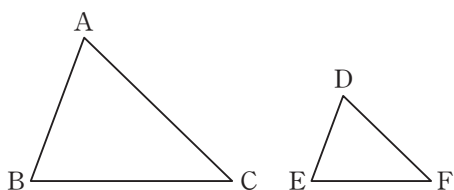
예 위의 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때,
점 B에 대응하는 점은 점 E, $\overline{BC}$ 에 대응하는 변은 $\overline{EF}$, $\angle A$ 에 대응하는 각은 $\angle D$ 이다.

..... 닮은 평면도형

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때



01 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때, 다음을 구하시오.

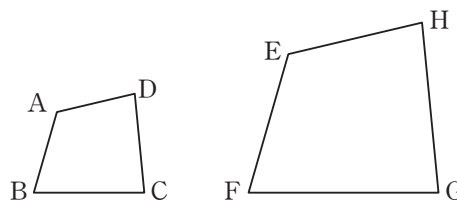


(1) 점 A에 대응하는 점 **점 D**

(2) $\overline{AC}$ 에 대응하는 변 **$\overline{DF}$**

(3) $\angle B$ 에 대응하는 각 **$\angle E$**

02 아래 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) 점 B에 대응하는 점 **점 F**

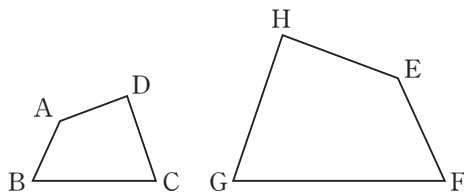
(2) $\overline{CD}$ 에 대응하는 변 **$\overline{GH}$**

(3) $\overline{AD}$ 에 대응하는 변 **$\overline{EH}$**

(4) $\angle A$ 에 대응하는 각 **$\angle E$**

(5) $\angle C$ 에 대응하는 각 **$\angle G$**

- 03** 아래 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) 점 A에 대응하는 점 **점 E**

(2) 점 F에 대응하는 점 **점 B**

(3) $\overline{AB}$ 에 대응하는 변 **$\overline{EF}$**

(4) $\overline{FG}$ 에 대응하는 변 **$\overline{BC}$**

(5) $\overline{HE}$ 에 대응하는 변 **$\overline{DA}$**

(6) $\angle B$ 에 대응하는 각 **$\angle F$**

(7) $\angle D$ 에 대응하는 각 **$\angle H$**

(8) $\angle G$ 에 대응하는 각 **$\angle C$**

.... **항상 서로 닮음인 도형**

- ① 평면도형: 두 정 n 각형, 두 직각이등변삼각형, 두 원, 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴 등
② 입체도형: 두 정 n 면체($n=4, 6, 8, 12, 20$), 두 구 등

- 04** 다음 중 항상 서로 닮은 도형이라 할 수 있는 것은 ○표, 할 수 없는 것은 ×표 하시오.

(1) 두 정삼각형 (○)

(2) 두 직사각형 (×)

(3) 두 등변사다리꼴 (×)

(4) 두 정팔면체 (○)

(5) 두 직육면체 (×)

(6) 두 원뿔 (×)

(7) 두 구 (○)



02

평면도형에서의 닮음의 성질

1 도형의 닮음 (1)

(1) 평면도형에서의 닮음의 성질: 서로 닮은 두 평면도형에서

① 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.

$$\rightarrow \overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{DF}$$

② 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

$$\rightarrow \angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$$

(2) 닮음비: 서로 닮은 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비

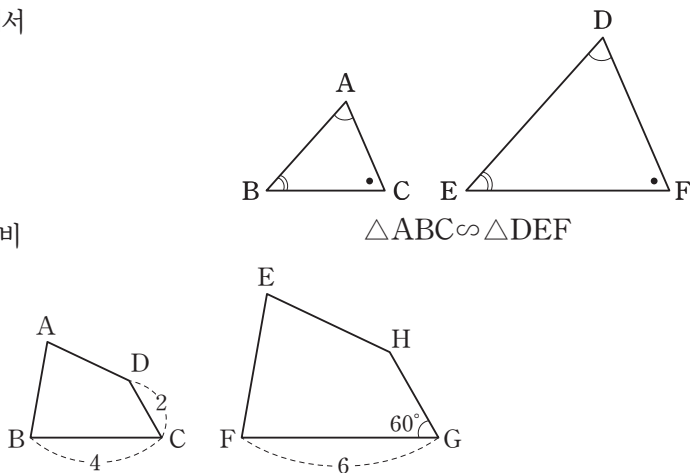
참고 닮음비는 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.

예 오른쪽 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때,

① 닮음비 $\rightarrow 4 : 6 = 2 : 3$

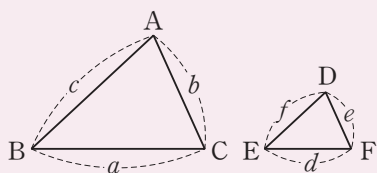
② $\overline{GH}$ 의 길이 $\rightarrow 2 : \overline{GH} = 2 : 3 \quad \therefore \overline{GH} = 3$

③ $\angle C$ 의 크기 $\rightarrow \angle C = \angle G = 60^\circ$



평면도형에서의 닮음의 성질

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때



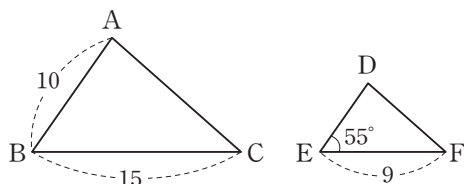
① **대응하는 변**의 길이의 **비**는 일정하다.

$$\rightarrow a : d = b : e = c : f$$

② **대응하는 각**의 크기는 각각 같다.

$$\rightarrow \angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$$

01 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비 **5 : 3**

$$\overline{BC} : \overline{EF} = 15 : 9 = 5 : 3$$

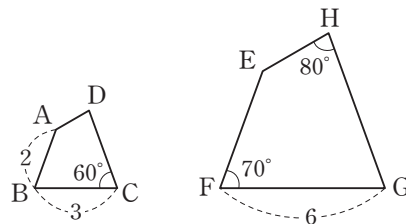
(2) $\angle B$ 의 크기 **55°**

$$\angle B = \angle E = 55^\circ$$

(3) $\overline{DE}$ 의 길이 **6**

$$10 : \overline{DE} = 5 : 3, 5\overline{DE} = 30 \quad \therefore \overline{DE} = 6$$

02 아래 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비 **1 : 2**

$$\overline{BC} : \overline{FG} = 3 : 6 = 1 : 2$$

(2) $\angle B$ 의 크기 **70°**

$$\angle B = \angle F = 70^\circ$$

(3) $\angle E$ 의 크기 **150°**

$$\angle G = \angle C = 60^\circ \text{이므로}$$

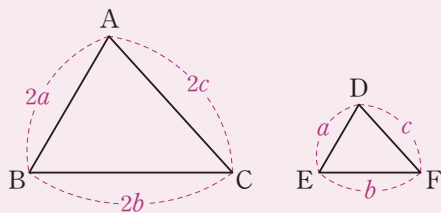
$$\angle E = 360^\circ - (70^\circ + 60^\circ + 80^\circ) = 150^\circ$$

(4) $\overline{EF}$ 의 길이 **4**

$$2 : \overline{EF} = 1 : 2 \quad \therefore \overline{EF} = 4$$

... 02 다음인 평면도형의 둘레의 길이의 비

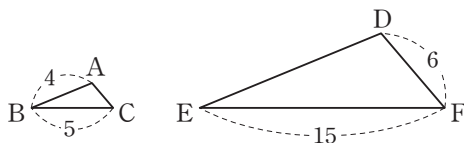
$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때



다음비가 **2 : 1**

→ 둘레의 길이의 비는 $2(a+b+c) : a+b+c =$ **2 : 1**

03 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{AC}$ 의 길이 **2**

다음비가 $5 : 15 = 1 : 3$ 이므로

$\overline{AC} : 6 = 1 : 3, 3\overline{AC} = 6 \quad \therefore \overline{AC} = 2$

(2) $\overline{DE}$ 의 길이 **12**

$4 : \overline{DE} = 1 : 3 \quad \therefore \overline{DE} = 12$

(3) $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이 **11**

$4 + 5 + 2 = 11$

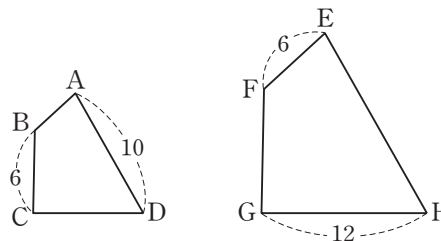
(4) $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이 **33**

$12 + 15 + 6 = 33$

(5) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이의 비 **1 : 3**

$11 : 33 = 1 : 3$

04 아래의 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 이고, 다음비가 $2 : 3$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{AB}$ 의 길이 **4**

$\overline{AB} : \overline{EF} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} : 6 = 2 : 3$

$3\overline{AB} = 12 \quad \therefore \overline{AB} = 4$

(2) $\overline{CD}$ 의 길이 **8**

$\overline{CD} : 12 = 2 : 3 \quad \therefore \overline{CD} = 8$

(3) $\overline{FG}$ 의 길이 **9**

$6 : \overline{FG} = 2 : 3 \quad \therefore \overline{FG} = 9$

(4) $\overline{EH}$ 의 길이 **15**

$10 : \overline{EH} = 2 : 3 \quad \therefore \overline{EH} = 15$

(5) $\square ABCD$ 의 둘레의 길이 **28**

$4 + 6 + 8 + 10 = 28$

(6) $\square EFGH$ 의 둘레의 길이 **42**

$6 + 9 + 12 + 15 = 42$

(7) $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이의 비 **2 : 3**

$28 : 42 = 2 : 3$



03

입체도형에서의 닮음의 성질

1 도형의 닮음 (1)

(1) 입체도형에서의 닮음의 성질: 서로 닮은 두 입체도형에서

① 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.

$$\rightarrow \overline{AB} : \overline{EF} = \overline{BC} : \overline{FG} = \overline{BD} : \overline{FH} = \dots$$

② 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

$$\rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EFG, \triangle ABD \sim \triangle EFH, \triangle ACD \sim \triangle EGH, \dots$$

(2) 닮음비: 서로 닮은 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비

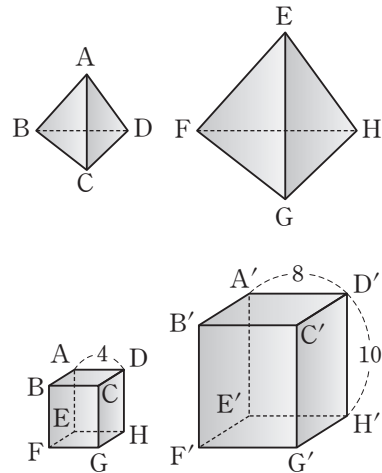
참고 두 구는 항상 서로 닮은 도형이고, 닮음비는 두 구의 반지름의 길이의 비와 같다.

예 오른쪽 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고

$\square ABCD$ 와 $\square A'B'C'D'$ 이 서로 대응하는 면일 때,

① 닮음비 $\rightarrow 4 : 8 = 1 : 2$

② $\overline{DH}$ 의 길이 $\rightarrow \overline{DH} : 10 = 1 : 2$ 이므로 $2\overline{DH} = 10 \quad \therefore \overline{DH} = 5$



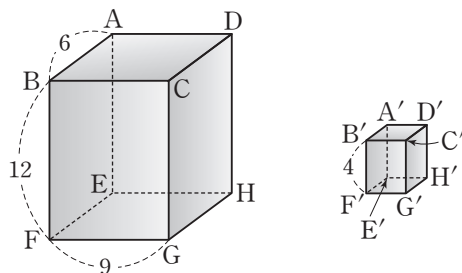
입체도형에서의 닮음의 성질

두 입체도형이 서로 닮은 도형일 때

① 대응하는 **모서리**의 길이의 **비**는 일정하다.

② 대응하는 면은 서로 **닮은 도형**이다.

01 아래 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고 $\square ABCD$ 와 $\square A'B'C'D'$ 이 서로 대응하는 면일 때, 다음을 구하시오.



(1) 두 직육면체의 닮음비 **3 : 1**

$$\overline{BF} : \overline{B'F'} = 12 : 4 = 3 : 1$$

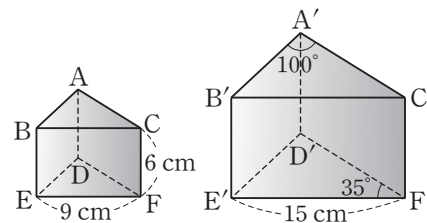
(2) $\overline{A'B'}$ 의 길이 **2**

$$6 : \overline{A'B'} = 3 : 1, 3\overline{A'B'} = 6 \\ \therefore \overline{A'B'} = 2$$

(3) $\overline{F'G'}$ 의 길이 **3**

$$9 : \overline{F'G'} = 3 : 1, 3\overline{F'G'} = 9 \\ \therefore \overline{F'G'} = 3$$

02 아래 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형이고 $\overline{AB}$ 에 대응하는 모서리가 $\overline{A'B'}$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) 면 ABED에 대응하는 면 **면 A'B'E'D'**

(2) 두 삼각기둥의 닮음비 **3 : 5**

$$\overline{EF} : \overline{E'F'} = 9 : 15 = 3 : 5$$

(3) $\overline{C'F'}$ 의 길이 **10 cm**

$$\overline{CF} : \overline{C'F'} = 3 : 5 \text{이므로} \\ 6 : \overline{C'F'} = 3 : 5, 3\overline{C'F'} = 30 \quad \therefore \overline{C'F'} = 10(\text{cm})$$

(4) $\angle F$ 의 크기 **35°**

$$\angle F = \angle F' = 35^\circ$$

(5) $\angle ABC$ 의 크기 **45°**

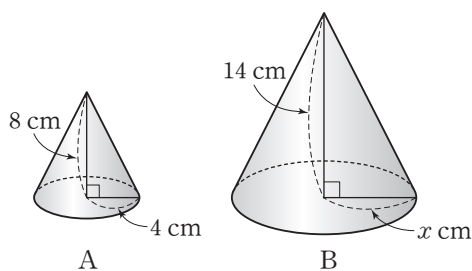
$$\angle ABC = \angle A'B'C' = 180^\circ - (100^\circ + 35^\circ) = 45^\circ$$

원뿔 또는 원기둥의 닮음비

서로 닮은 두 원뿔(원기둥)에서 닮음비는 다음 비와 같다.

- ① 높이의 비
- ② 밑면인 원의 **반지름** (또는 지름)의 길이의 비
- ③ 밑면인 원의 **둘레**의 길이의 비

03 아래 그림에서 두 원뿔 A, B는 서로 닮은 도형일 때, 다음을 구하시오.



(1) 두 원뿔 A, B의 닮음비 **4 : 7**

두 원기둥 A, B의 닮음비는 높이의 비와 같으므로

$$8 : 14 = 4 : 7$$

(2) x 의 값 **7**

(3) 원뿔 A의 밑면의 둘레의 길이 **8π cm**

$$2\pi \times 4 = 8\pi(\text{cm})$$

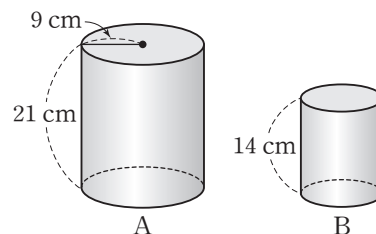
(4) 원뿔 B의 밑면의 둘레의 길이 **14π cm**

$$2\pi \times 7 = 14\pi(\text{cm})$$

(5) 두 원뿔 A, B의 밑면의 둘레의 길이의 비 **4 : 7**

$$8\pi : 14\pi = 4 : 7$$

04 아래 그림에서 두 원기둥 A, B는 서로 닮은 도형일 때, 다음을 구하시오.



(1) 두 원기둥 A, B의 닮음비 **3 : 2**

두 원기둥 A, B의 닮음비는 높이의 비와 같으므로

$$21 : 14 = 3 : 2$$

(2) 원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이 **6 cm**

원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$$9 : x = 3 : 2 \quad \therefore x = 6$$

(3) 원기둥 A의 밑면의 둘레의 길이 **18π cm**

$$2\pi \times 9 = 18\pi(\text{cm})$$

(4) 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이 **12π cm**

$$2\pi \times 6 = 12\pi(\text{cm})$$

(5) 원기둥 A, B의 밑면의 둘레의 길이의 비 **3 : 2**

$$18\pi : 12\pi = 3 : 2$$



04

닮은 평면도형의 넓이의 비

1 도형의 닮음 (1)

서로 닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$ 이면

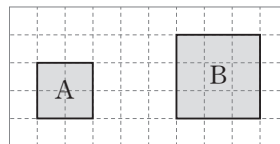
(1) 둘레의 길이의 비 $\rightarrow m:n$

(2) 넓이의 비 $\rightarrow m^2:n^2$

예 오른쪽 그림에서 두 정사각형 A, B의 닮음비가 2:3이므로

둘레의 길이의 비는 $(4 \times 2) : (4 \times 3) = 2:3$

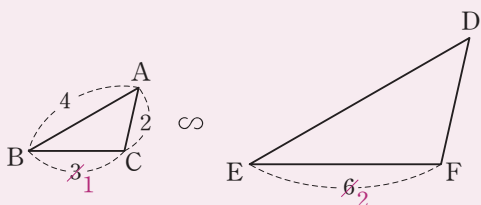
넓이의 비는 $(2 \times 2) : (3 \times 3) = 2^2:3^2 = 4:9$



..... 닮은 평면도형의 둘레의 길이의 비

서로 닮은 두 평면도형의 둘레의 길이의 비는 **닮음비**와 같다.

예



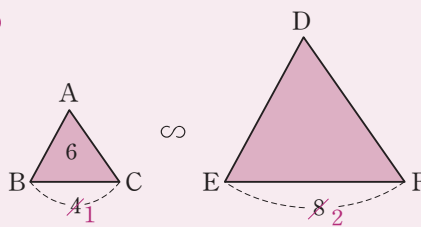
닮음비가 **1:2** $\rightarrow 9 : (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) = \mathbf{1:2}$

$\rightarrow (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) = \mathbf{18}$

..... 닮은 평면도형의 넓이의 비

닮음비가 $m:n$ 인 두 평면도형의 넓이의 비 $\rightarrow \mathbf{m^2:n^2}$

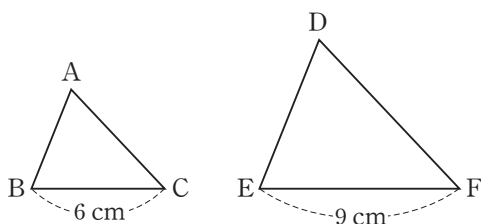
예



닮음비가 **1:2** $\rightarrow 6 : \triangle DEF = \mathbf{1:4}$

$\rightarrow \triangle DEF = \mathbf{24}$

01 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비 **2:3**

$\overline{BC} : \overline{EF} = 6:9 = 2:3$

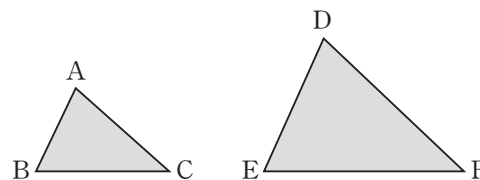
(2) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이의 비 **2:3**

(3) $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 16 cm일 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이 **24 cm**

$16 : (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) = 2:3$

$\therefore (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) = 24(\text{cm})$

02 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 이고 닮음비가 2:3일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 넓이의 비 **4:9**

$2^2:3^2 = 4:9$

(2) $\triangle ABC = 12 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이 **27 cm²**

$12 : \triangle DEF = 4:9, 4\triangle DEF = 108$

$\therefore \triangle DEF = 27(\text{cm}^2)$

(3) $\triangle DEF = 36 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이 **16 cm²**

$\triangle ABC : 36 = 4:9, 9\triangle ABC = 144$

$\therefore \triangle ABC = 16(\text{cm}^2)$

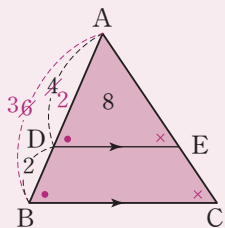
..... 답음비를 이용한 삼각형의 넓이

서로 닮은 두 삼각형의 대응하는 변의 길이의 비가 $m:n$ 이면

① 답음비 $\rightarrow$ $m:n$

② 넓이의 비 $\rightarrow$ $m^2:n^2$

예



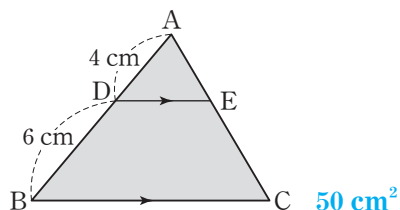
$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 이고, 답음비가 $2:3$

$\rightarrow 8 : \triangle ABC = 4 : 9$

$\rightarrow 4\triangle ABC = 72, \triangle ABC = 18$

03 다음 그림에서 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

(1) $\triangle ADE = 8 \text{ cm}^2$

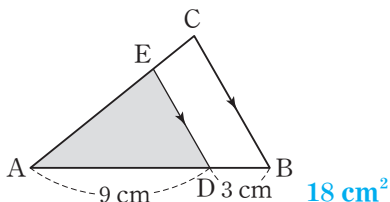


$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)이고, 답음비가 $4:25 = 2^2:5^2$ 이므로

$8 : \triangle ABC = 2^2 : 5^2, 4\triangle ABC = 200$

$\therefore \triangle ABC = 50(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle ABC = 32 \text{ cm}^2$

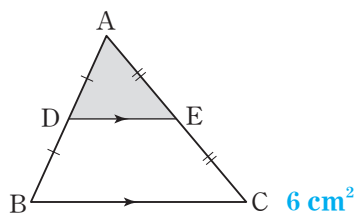


$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)이고, 답음비가 $9:16 = 3^2:4^2$ 이므로

$\triangle ADE : 32 = 3^2 : 4^2, 16\triangle ADE = 288$

$\therefore \triangle ADE = 18(\text{cm}^2)$

(3) $\triangle ABC = 24 \text{ cm}^2$



$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)이고, 답음비가 $1:4 = 1^2:2^2$ 이므로

$\triangle ADE : 24 = 1^2 : 2^2, 4\triangle ADE = 24$

$\therefore \triangle ADE = 6(\text{cm}^2)$

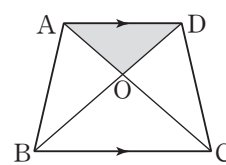
04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인

사다리꼴 ABCD에서

$\overline{AD} : \overline{BC} = 2:3$ 이고

$\triangle AOD = 24 \text{ cm}^2$ 일 때, 다음을

구하시오. (단, 점 O는 대각선의 교점이다.)



(1) $\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 의 넓이의 비 **4:9**

$\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)이고, 답음비가 $2:3$ 이므로

$\triangle AOD : \triangle COB = 2^2 : 3^2 = 4:9$

(2) $\triangle OBC$ 의 넓이 **54 cm²**

$24 : \triangle OBC = 4:9, 4\triangle OBC = 216$

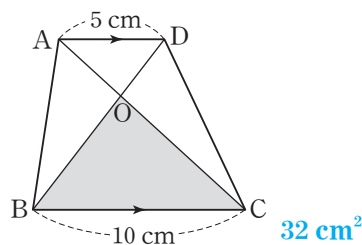
$\therefore \triangle OBC = 54(\text{cm}^2)$

05 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서

$\triangle OBC$ 의 넓이를 구하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

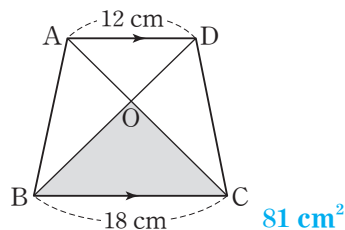
(1) $\triangle AOD = 8 \text{ cm}^2$



$\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)이고, 답음비가 $1:4 = 1^2:2^2$ 이므로

$8 : \triangle OBC = 1^2 : 2^2, \therefore \triangle OBC = 32(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle AOD = 36 \text{ cm}^2$



$\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)이고, 답음비가 $4:9 = 2^2:3^2$ 이므로

$36 : \triangle OBC = 2^2 : 3^2, 4\triangle OBC = 324$

$\therefore \triangle OBC = 81(\text{cm}^2)$



05

같은 입체도형의 겹넓이의 비와 부피의 비

1 도형의 닮음 (1)

서로 닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m:n$ 이면

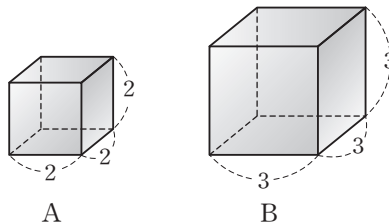
(1) 겹넓이의 비 $\rightarrow m^2:n^2$

(2) 부피의 비 $\rightarrow m^3:n^3$

예 오른쪽 그림에서 두 정육면체 A, B의 닮음비가 2:3이므로

겹넓이의 비는 $(6 \times 2^2) : (6 \times 3^2) = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

부피의 비는 $(2 \times 2 \times 2) : (3 \times 3 \times 3) = 2^3 : 3^3 = 8 : 27$



같은 입체도형의 겹넓이의 비

닮음비가 $m:n$ 인 두 입체도형의 겹넓이의 비 $\rightarrow m^2:n^2$

예 서로 닮은 두 사면체 A, B의 닮음비가 2:3이고 사면체 A의 겹넓이가 24 cm^2 일 때

$$24 : (\text{사면체 B의 겹넓이}) = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$\rightarrow (\text{사면체 B의 겹넓이}) = \frac{24 \times 9}{4} = 54 (\text{cm}^2)$$

같은 입체도형의 부피의 비

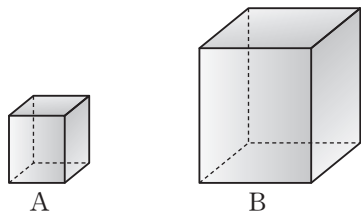
닮음비가 $m:n$ 인 두 입체도형의 부피의 비 $\rightarrow m^3:n^3$

예 서로 닮은 두 정사면체 A, B의 닮음비가 1:20이고 정사면체 B의 부피가 24 cm^3 일 때

$$(\text{정사면체 A의 부피}) : 24 = \frac{1^3}{20^3} = \frac{1}{8000}$$

$$\rightarrow (\text{정사면체 A의 부피}) = \frac{24}{8000} = 3 (\text{cm}^3)$$

01 아래 그림에서 두 직육면체 A, B는 서로 닮은 도형이고 닮음비가 1:2일 때, 다음을 구하시오.



(1) 두 직육면체 A, B의 겹넓이의 비 1:4

$$1^2 : 2^2 = 1 : 4$$

(2) 직육면체 A의 겹넓이가 10 cm^2 일 때, 직육면체 B의 겹넓이 40 cm^2

$$10 : (\text{직육면체 B의 겹넓이}) = 1 : 4$$

$$\therefore (\text{직육면체 B의 겹넓이}) = 40 (\text{cm}^2)$$

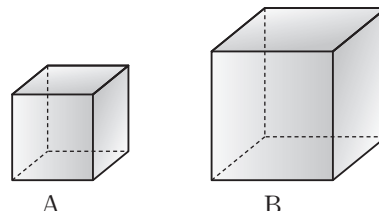
(3) 직육면체 B의 겹넓이가 36 cm^2 일 때, 직육면체 A의 겹넓이 9 cm^2

$$(\text{직육면체 A의 겹넓이}) : 36 = 1 : 4$$

$$4 \times (\text{직육면체 A의 겹넓이}) = 36$$

$$\therefore (\text{직육면체 A의 겹넓이}) = 9 (\text{cm}^2)$$

02 아래 그림에서 두 직육면체 A, B는 서로 닮은 도형이고 닮음비가 2:3일 때, 다음을 구하시오.



(1) 두 직육면체 A, B의 부피의 비 8:27

$$2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

(2) 직육면체 A의 부피가 24 cm^3 일 때, 직육면체 B의 부피 81 cm^3

$$24 : (\text{직육면체 B의 부피}) = 8 : 27$$

$$8 \times (\text{직육면체 B의 부피}) = 648$$

$$\therefore (\text{직육면체 B의 부피}) = 81 (\text{cm}^3)$$

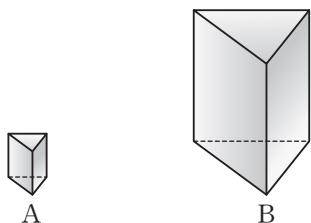
(3) 직육면체 B의 부피가 162 cm^3 일 때, 직육면체 A의 부피 48 cm^3

$$(\text{직육면체 A의 부피}) : 162 = 8 : 27$$

$$27 \times (\text{직육면체 A의 부피}) = 1296$$

$$\therefore (\text{직육면체 A의 부피}) = 48 (\text{cm}^3)$$

- 03** 아래 그림에서 두 삼각기둥 A, B는 서로 닮은 도형이고 닮음비가 1 : 3일 때, 다음을 구하시오.



- (1) 두 삼각기둥 A, B의 부피의 비 **1 : 27**

$$1^3 : 3^3 = 1 : 27$$

- (2) 삼각기둥 A의 부피가 5 cm^3 일 때, 삼각기둥 B의 부피 **135 cm^3**

$$5 : (\text{삼각기둥 B의 부피}) = 1 : 27$$

$$\therefore (\text{삼각기둥 B의 부피}) = 135 (\text{cm}^3)$$

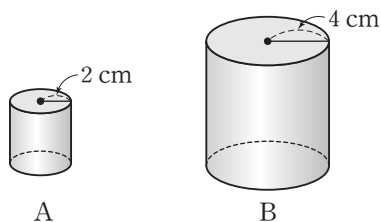
- (3) 삼각기둥 B의 부피가 108 cm^3 일 때, 삼각기둥 A의 부피 **4 cm^3**

$$(\text{삼각기둥 A의 부피}) : 108 = 1 : 27$$

$$27 \times (\text{삼각기둥 A의 부피}) = 108$$

$$\therefore (\text{삼각기둥 A의 부피}) = 4 (\text{cm}^3)$$

- 04** 아래 그림에서 두 원기둥 A, B는 서로 닮은 도형일 때, 다음을 구하시오.



- (1) 두 원기둥 A, B의 닮음비 **1 : 2**

$$2 : 4 = 1 : 2$$

- (2) 두 원기둥 A, B의 부피의 비 **1 : 8**

$$1^3 : 2^3 = 1 : 8$$

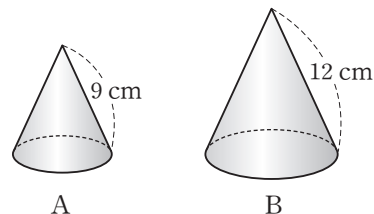
- (3) 원기둥 B의 부피가 $144\pi \text{ cm}^3$ 일 때, 원기둥 A의 부피 **$18\pi \text{ cm}^3$**

$$(\text{원기둥 A의 부피}) : 144\pi = 1 : 8$$

$$8 \times (\text{원기둥 A의 부피}) = 144\pi$$

$$\therefore (\text{원기둥 A의 부피}) = 18\pi (\text{cm}^3)$$

- 05** 아래 그림에서 두 원뿔 A, B는 서로 닮은 도형일 때, 다음을 구하시오.



- (1) 두 원뿔 A, B의 닮음비 **3 : 4**

$$9 : 12 = 3 : 4$$

- (2) 두 원뿔 A, B의 부피의 비 **27 : 64**

$$3^3 : 4^3 = 27 : 64$$

- (3) 원뿔 A의 부피가 $54\pi \text{ cm}^3$ 일 때, 원뿔 B의 부피 **$128\pi \text{ cm}^3$**

$$54\pi : (\text{원뿔 B의 부피}) = 27 : 64$$

$$27 \times (\text{원뿔 B의 부피}) = 54\pi \times 64$$

$$\therefore (\text{원뿔 B의 부피}) = 128\pi (\text{cm}^3)$$

- 06** 다음을 구하시오.

- (1) 닮은 두 정사각뿔 A, B의 겹넓이의 비가 9 : 25일 때, 두 정사각뿔 A, B의 닮음비 **3 : 5**

$$9 : 25 = 3^2 : 5^2 \text{이므로 닮음비는 } 3 : 5$$

- (2) 닮은 두 육각기둥 A, B의 겹넓이의 비가 4 : 9일 때, 두 육각기둥 A, B의 부피의 비 **8 : 27**

$$4 : 9 = 2^2 : 3^2 \text{이므로 닮음비는 } 2 : 3$$

$$\text{따라서 부피의 비는 } 2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

- (3) 두 구 A, B의 부피의 비가 1 : 8일 때, 두 구 A, B의 겹넓이의 비 **1 : 4**

$$1 : 8 = 1^3 : 2^3 \text{이므로 닮음비는 } 1 : 2$$

$$\text{따라서 겹넓이의 비는 } 1^2 : 2^2 = 1 : 4$$



06

삼각형의 닮음 조건

1 도형의 닮음 (1)

$\triangle ABC$ 와 $\triangle A'B'C'$ 은 다음 세 조건 중 어느 하나를 만족시키면 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다.

(1) 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다. (SSS 닮음)

$$\rightarrow a:a'=b:b'=c:c'$$

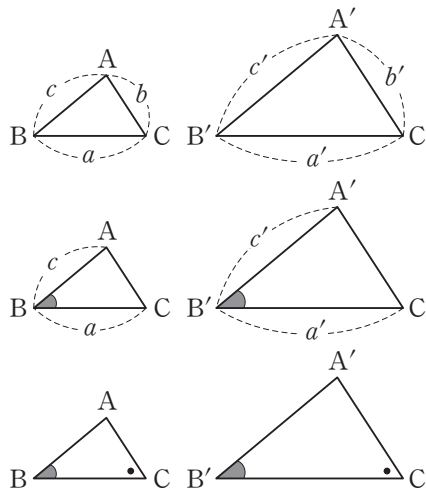
(2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

(SAS 닮음)

$$\rightarrow a:a'=c:c', \angle B = \angle B'$$

(3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다. (AA 닮음)

$$\rightarrow \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$$



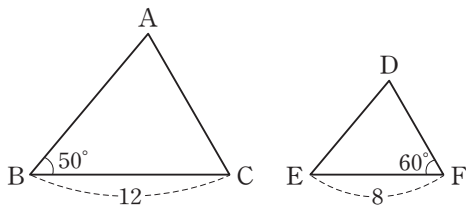
삼각형의 닮음 조건

① 세 쌍의 **대응하는 변**의 길이의 비가 같다. $\rightarrow$ **SSS** 닮음

② 두 쌍의 **대응하는 변**의 길이의 비가 같고, 그 **끼인각**의 크기가 같다. $\rightarrow$ **SAS** 닮음

③ 두 쌍의 **대응하는 각**의 크기가 각각 같다. $\rightarrow$ **AA** 닮음

01 다음 조건이 주어질 때, 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 이면 $\bigcirc$ 표, 그렇지 않으면 $\times$ 표를 하시오.



(1) $\overline{AB} = 12, \overline{DE} = 8$ ($\times$)

두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비는 같지만 그 끼인각의 크기가 같은지는 알 수 없다.

(2) $\overline{AC} = 15, \overline{DF} = 12$ ($\times$)

(3) $\overline{AC} = 9, \overline{DF} = 6, \angle C = 60^\circ$ ($\bigcirc$)

두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 닮음이다.

(4) $\overline{AB} : \overline{DE} = 3 : 2, \angle E = 50^\circ$ ($\bigcirc$)

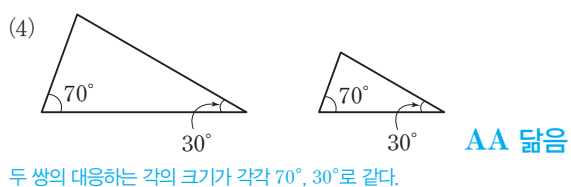
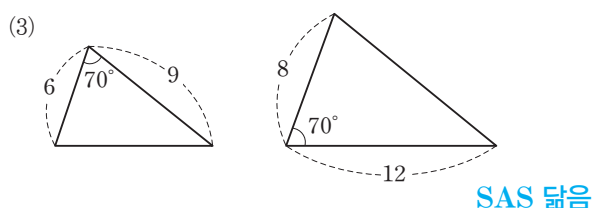
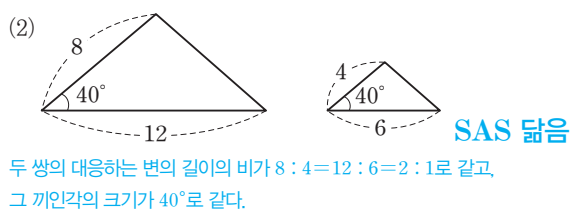
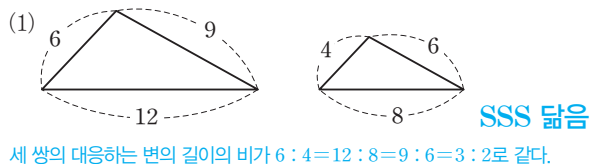
(5) $\angle A = 60^\circ, \angle D = 80^\circ$ ($\times$)

대응하는 $\angle A$ 와 $\angle D$ 의 크기가 다르다.

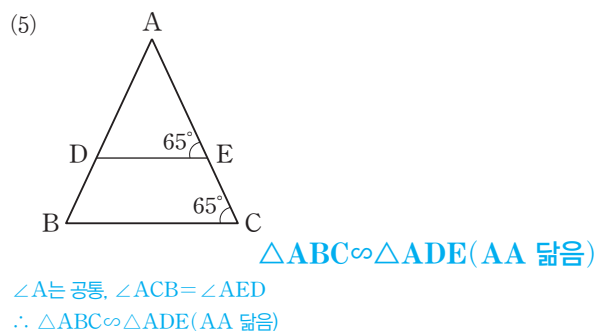
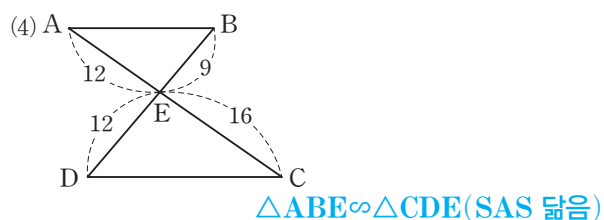
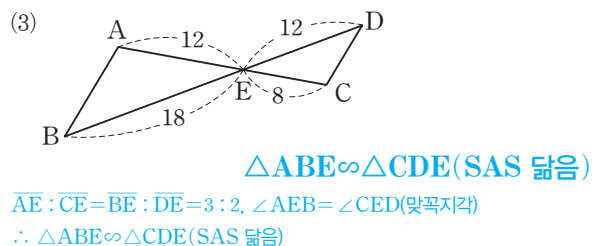
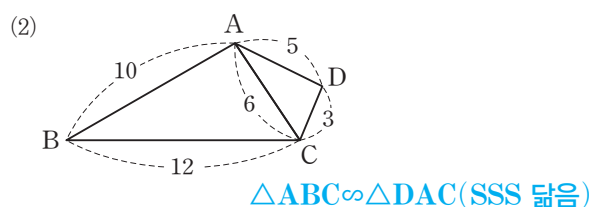
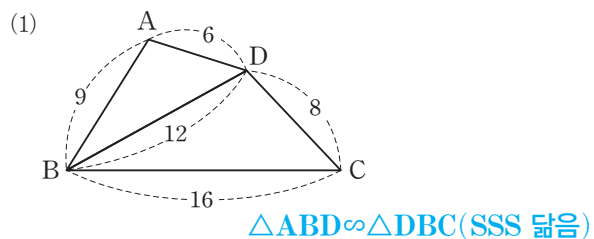
(6) $\angle C = 60^\circ, \angle D = 70^\circ$ ($\bigcirc$)

$\angle A = 70^\circ = \angle D, \angle E = 50^\circ = \angle B$ 이므로 AA 닮음이다.

02 다음 두 삼각형이 서로 닮음일 때, 닮음 조건을 말하시오.



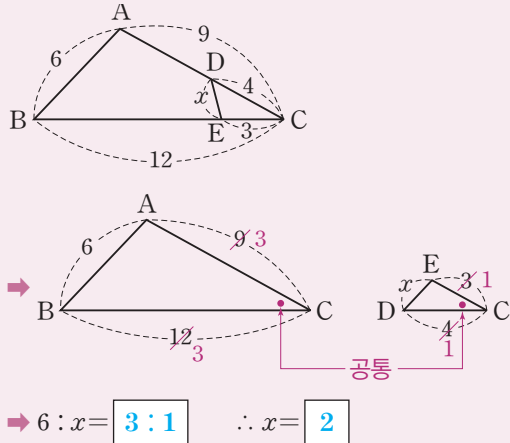
03 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형을 찾아 기호 $\sim$ 를 사용하여 나타내고, 그때의 닮음 조건을 쓰시오.



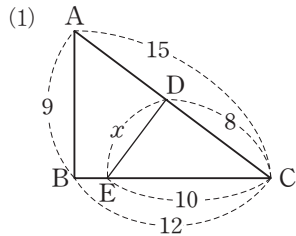
... SAS 닮음을 이용하여 변의 길이 구하기 ...

공통 인 각을 찾아 끼인각으로 보고, 두 변의 길이의 비를 알아 본다.

예



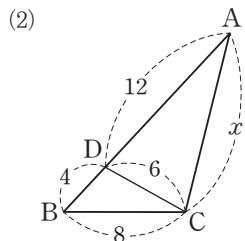
04 아래 그림에서 닮음인 두 삼각형을 찾고 다음을 구하시오.



① 닮음인 삼각형과 닮음 조건
 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (SAS 닮음)

② 닮음비 3 : 2
 $\overline{BC} : \overline{EC} = \overline{AC} : \overline{DC}$ 에서 $12 : 2 = 15 : 5 = 3 : 1$

③ x 의 값 6
 $\overline{AB} : \overline{ED} = 3 : 2$ 에서 $9 : x = 3 : 2$ $\therefore x = 6$

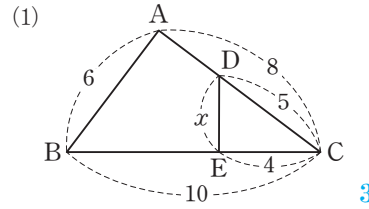


① 닮음인 삼각형과 닮음 조건
 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (SAS 닮음)

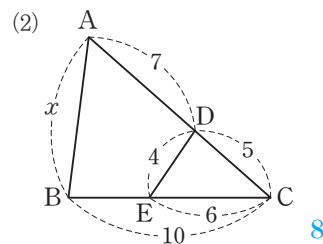
② 닮음비 2 : 1
 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BC} : \overline{BD}$ 에서 $16 : 8 = 8 : 4 = 2 : 1$

③ x 의 값 12
 $\overline{AC} : \overline{CD} = 2 : 1$ 에서 $x : 6 = 2 : 1$ $\therefore x = 12$

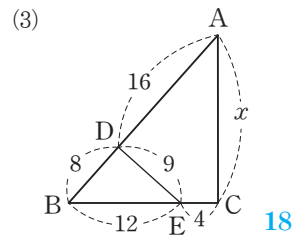
05 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



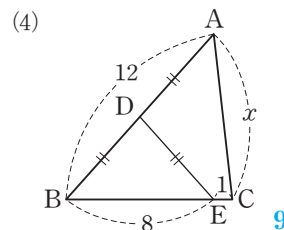
$\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (SAS 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{BC} : \overline{DC} = 10 : 5 = 2 : 1$
이므로 $6 : x = 2 : 1$, $2x = 6$ $\therefore x = 3$



$\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (SAS 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{BC} : \overline{DC} = 10 : 5 = 2 : 1$
이므로 $x : 4 = 2 : 1$ $\therefore x = 8$

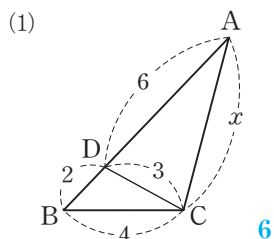


$\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (SAS 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{EB} = 24 : 12 = 2 : 1$
이므로 $x : 9 = 2 : 1$ $\therefore x = 18$

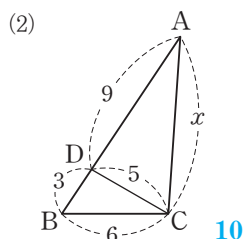


$\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (SAS 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{EB} = 12 : 8 = 3 : 2$
이므로 $x : 6 = 3 : 2$, $2x = 18$ $\therefore x = 9$

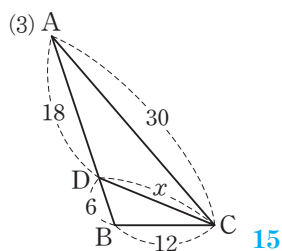
06 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



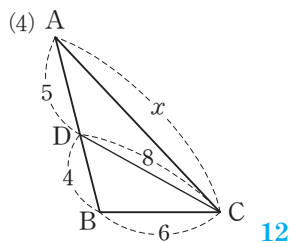
$\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (SAS 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{BC} : \overline{BD} = 4 : 2 = 2 : 1$
 이므로 $x : 3 = 2 : 1 \quad \therefore x = 6$



$\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (SAS 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{BC} : \overline{BD} = 6 : 3 = 2 : 1$
 이므로 $x : 5 = 2 : 1 \quad \therefore x = 10$



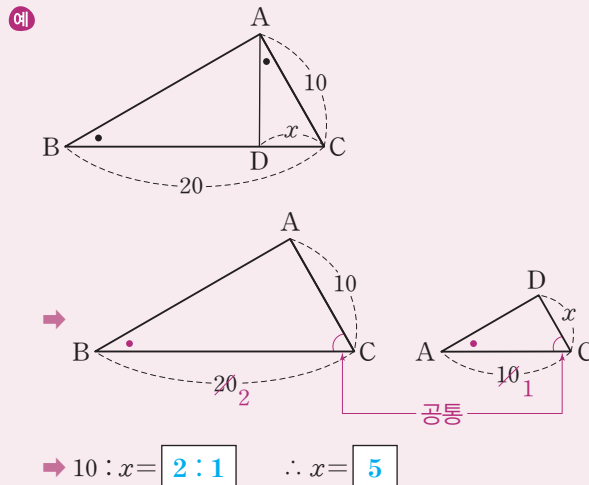
$\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (SAS 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{BC} : \overline{BD} = 12 : 6 = 2 : 1$
 이므로 $30 : x = 2 : 1, 2x = 30 \quad \therefore x = 15$



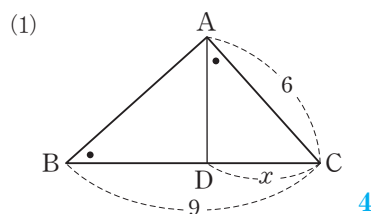
$\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (SAS 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{BC} : \overline{BD} = 6 : 4 = 3 : 2$
 이므로 $x : 8 = 3 : 2, 2x = 24 \quad \therefore x = 12$

... AA 닮음을 이용하여 변의 길이 구하기 ...

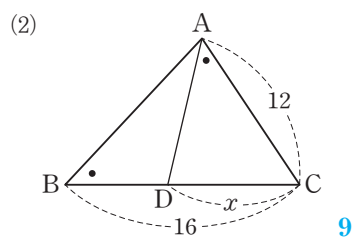
공통 인 각과 크기가 같은 다른 한 각을 찾는다.



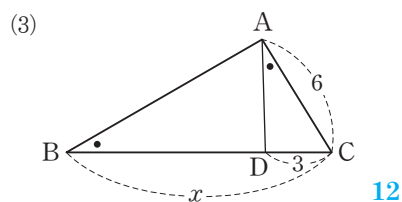
07 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{BC} : \overline{AC} = 9 : 6 = 3 : 2$
 이므로 $6 : x = 3 : 2, 3x = 12 \quad \therefore x = 4$



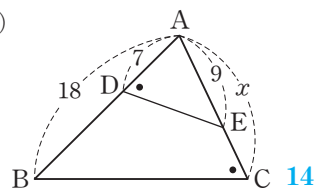
$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{BC} : \overline{AC} = 16 : 12 = 4 : 3$
 이므로 $12 : x = 4 : 3, 4x = 36 \quad \therefore x = 9$



$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AC} : \overline{DC} = 6 : 3 = 2 : 1$
 이므로 $x : 6 = 2 : 1 \quad \therefore x = 12$

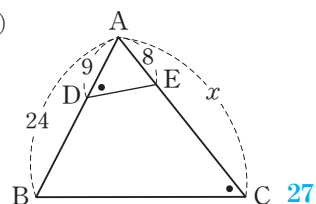
08 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.

(1)



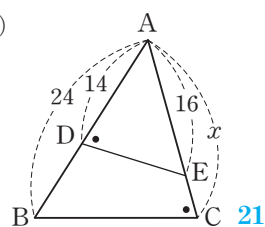
$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AE} = 18 : 9 = 2 : 1$
 이므로 $x : 7 = 2 : 1 \quad \therefore x = 14$

(2)



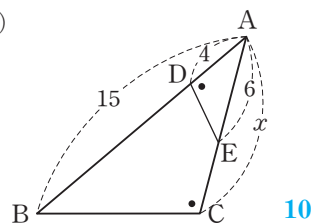
$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AE} = 24 : 8 = 3 : 1$
 이므로 $x : 9 = 3 : 1 \quad \therefore x = 27$

(3)



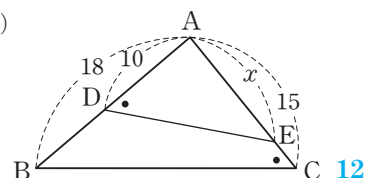
$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AE} = 24 : 16 = 3 : 2$
 이므로 $x : 14 = 3 : 2, 2x = 42 \quad \therefore x = 21$

(4)



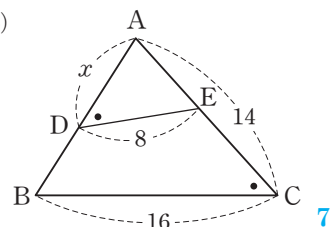
$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AE} = 15 : 6 = 5 : 2$
 이므로 $x : 4 = 5 : 2, 2x = 20 \quad \therefore x = 10$

(5)



$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AC} : \overline{AD} = 15 : 10 = 3 : 2$
 이므로 $18 : x = 3 : 2, 3x = 36 \quad \therefore x = 12$

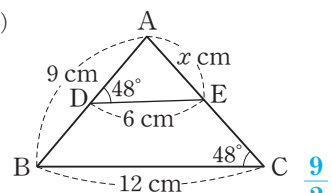
(6)



$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{BC} : \overline{ED} = 16 : 8 = 2 : 1$
 이므로 $14 : x = 2 : 1, 2x = 14 \quad \therefore x = 7$

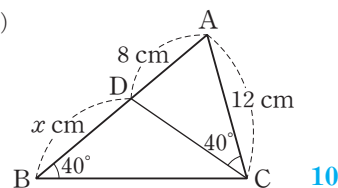
09 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.

(1)



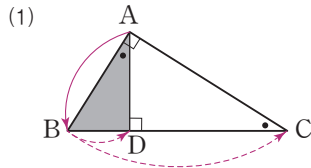
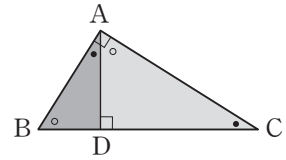
$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이고, 닮음비는
 $\overline{BC} : \overline{ED} = 12 : 6 = 2 : 1$
 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : 1$ 이므로 $9 : x = 2 : 1$
 $2x = 9 \quad \therefore x = \frac{9}{2}$

(2)

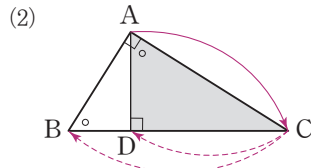


$\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (AA 닮음)이고, 닮음비는
 $\overline{AC} : \overline{AD} = 12 : 8 = 3 : 2$
 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 2$ 이므로 $(x + 8) : 12 = 3 : 2$
 $2x + 16 = 36, 2x = 20 \quad \therefore x = 10$

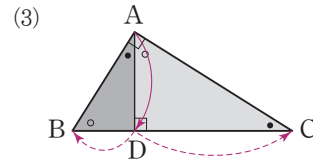
$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하면 $\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이다.



$$\begin{aligned} \triangle ABC &\sim \triangle DBA \\ \overline{AB} : \overline{DB} &= \overline{BC} : \overline{BA} \\ \therefore \overline{AB}^2 &= \overline{BD} \times \overline{BC} \\ \text{예 } \overline{AB} &= x, \overline{BD} = 4, \\ \overline{BC} &= 9 \text{ 일 때,} \\ x^2 &= 4 \times 9 = 36 \\ \therefore x &= 6 (\because x > 0) \end{aligned}$$

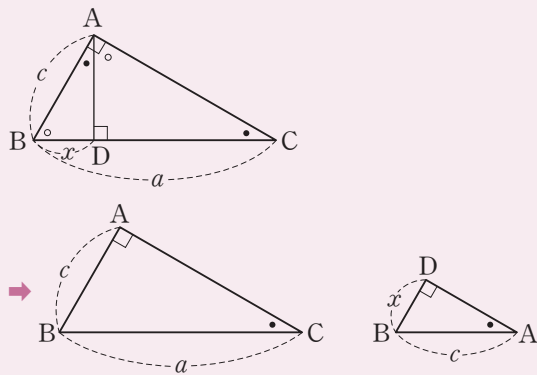


$$\begin{aligned} \triangle ABC &\sim \triangle DAC \\ \overline{AC} : \overline{DC} &= \overline{BC} : \overline{AC} \\ \therefore \overline{AC}^2 &= \overline{CD} \times \overline{CB} \\ \text{예 } \overline{AC} &= x, \overline{CD} = 4, \\ \overline{CB} &= 16 \text{ 일 때,} \\ x^2 &= 4 \times 16 = 64 \\ \therefore x &= 8 (\because x > 0) \end{aligned}$$

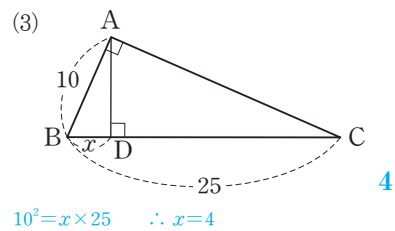
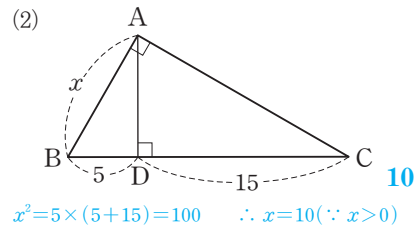


$$\begin{aligned} \triangle DBA &\sim \triangle DAC \\ \overline{DB} : \overline{DA} &= \overline{DA} : \overline{DC} \\ \therefore \overline{AD}^2 &= \overline{DB} \times \overline{DC} \\ \text{예 } \overline{AD} &= 6, \overline{DB} = x, \\ \overline{DC} &= 12 \text{ 일 때,} \\ 6^2 &= x \times 12, 12x = 36 \\ \therefore x &= 3 \end{aligned}$$

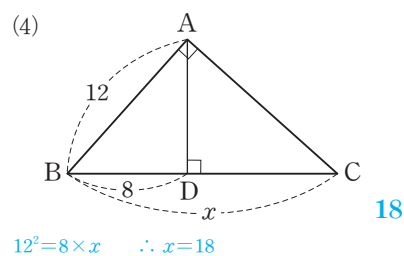
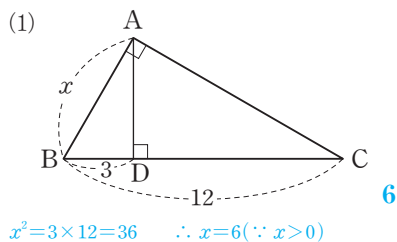
직각삼각형의 닮음의 응용 (1)



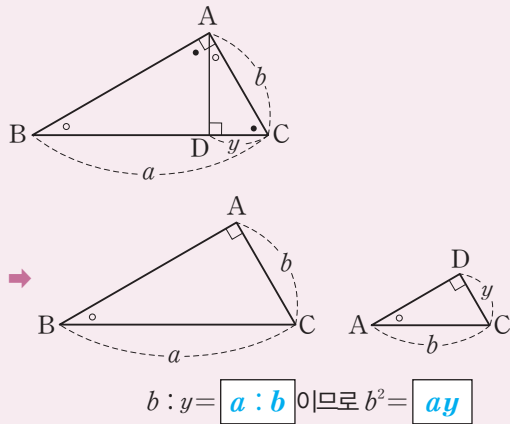
$$c : x = \boxed{a : c} \text{ 이므로 } c^2 = \boxed{ax}$$



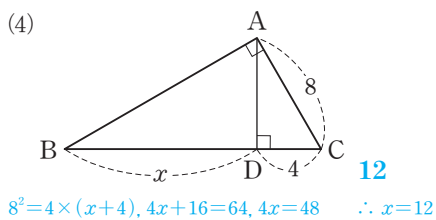
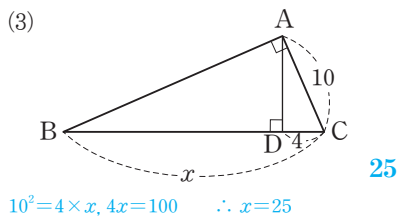
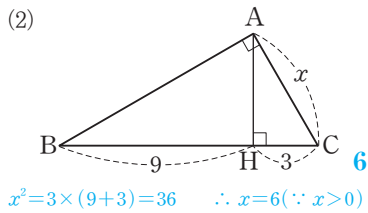
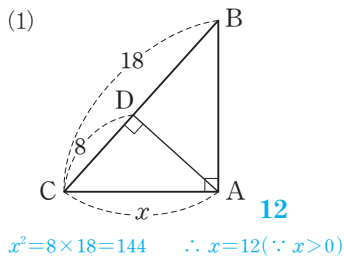
01 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.



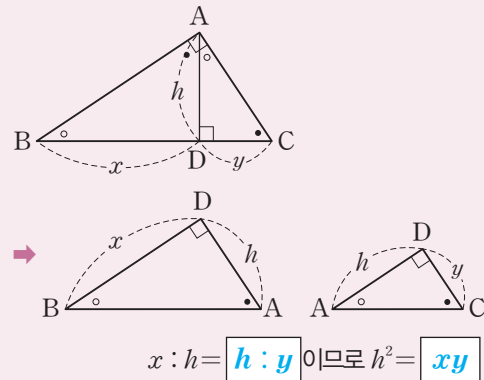
..... 직각삼각형의 닮음의 응용 (2)



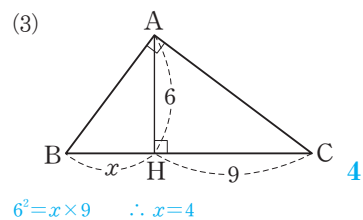
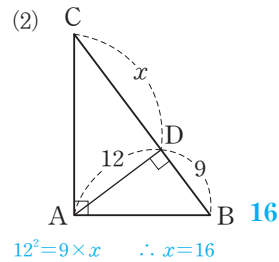
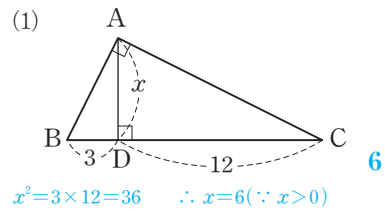
02 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



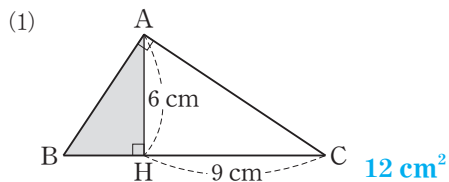
..... 직각삼각형의 닮음의 응용 (3)



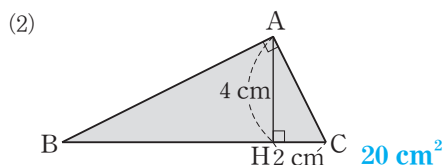
03 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



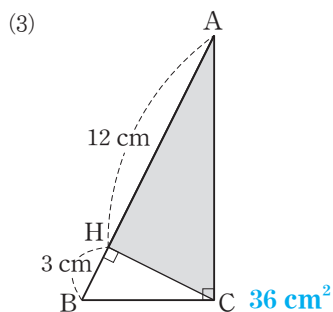
04 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 색칠한 삼각형의 넓이를 구하시오.



$$\begin{aligned} \overline{AH}^2 &= \overline{BH} \times \overline{CH} \text{ 이므로} \\ 36 &= \overline{BH} \times 9 \quad \therefore \overline{BH} = 4(\text{cm}) \\ \therefore \triangle ABH &= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12(\text{cm}^2) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \overline{AH}^2 &= \overline{BH} \times \overline{CH} \text{ 이므로} \\ 16 &= \overline{BH} \times 2 \quad \therefore \overline{BH} = 8(\text{cm}) \\ \therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20(\text{cm}^2) \end{aligned}$$



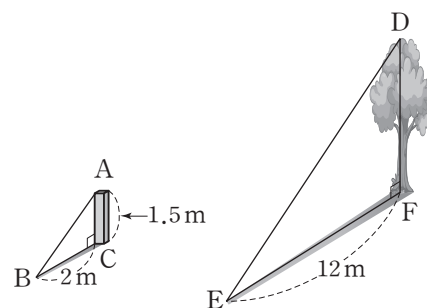
$$\begin{aligned} \overline{CH}^2 &= \overline{AH} \times \overline{BH} \text{ 이므로} \\ \overline{CH}^2 &= 12 \times 3 = 36 \quad \therefore \overline{CH} = 6(\text{cm}) \\ \therefore \triangle CAH &= \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

..... 실생활에서 닮음의 활용

닮음을 이용하여 높이를 구하는 문제는 다음 순서로 해결한다.

- ① 닮은 두 도형을 찾는다.
- ② **닮음비**를 구한다.
- ③ **비례식**을 이용하여 높이를 구한다.

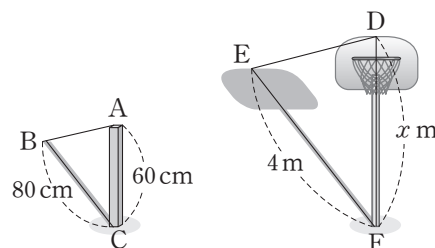
05 아래 그림은 같은 시각의 막대와 나무의 그림자의 길이를 나타낸 것이다. 다음을 구하시오.



- (1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비 **1 : 6**
 $2 : 12 = 1 : 6$

- (2) 나무의 높이 **9 m**
 $1.5 : \overline{DF} = 1 : 6 \quad \therefore \overline{DF} = 9(\text{m})$

06 아래 그림은 같은 시각의 막대와 농구대의 그림자의 길이를 나타낸 것이다. 다음을 구하시오.



- (1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비 **1 : 5**
 $80 : 400 = 1 : 5$

- (2) x 의 값 **3**
 $0.6 : x = 1 : 5 \quad \therefore x = 3$

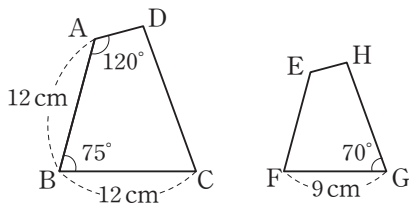


내신 도전

01 다음 중 항상 서로 닮은 도형이라고 할 수 없는 것은?

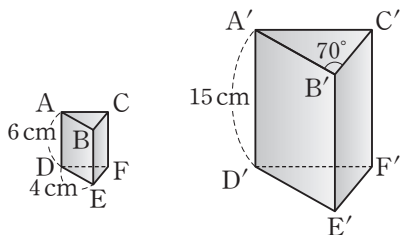
- ① 두 원
- ② 두 직각이등변삼각형
- ③ 두 정사면체
- ④ 두 구
- ✓ ⑤ 두 원기둥

02 아래 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



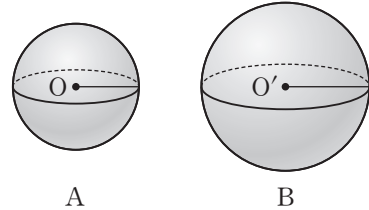
- ① $\angle C = 65^\circ$
 - ✓ ② $\angle H = 95^\circ$
 - ③ $\overline{EF} = 8 \text{ cm}$
 - ④ $\overline{CD} : \overline{GH} = 3 : 2$
 - ✓ ⑤ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는 4 : 3이다.
- ① $\angle C = \angle G = 70^\circ$
 ② $\angle H = \angle D = 360^\circ - (120^\circ + 75^\circ + 70^\circ) = 95^\circ$
 ③ $12 : \overline{EF} = 12 : 9 \quad \therefore \overline{EF} = 9(\text{cm})$
 ④, ⑤ $\overline{CD} : \overline{GH} = \overline{BC} : \overline{FG} = 12 : 9 = 4 : 3$

03 아래 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형이고 $\overline{AD}$ 에 대응하는 모서리가 $\overline{A'D'}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



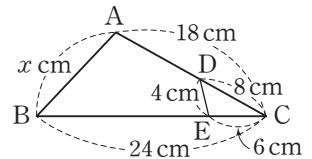
- ① $\angle ABC = 70^\circ$
 - ② $\overline{D'E'} = 10 \text{ cm}$
 - ③ $\triangle DEF \sim \triangle D'E'F'$
 - ✓ ④ 닮음비는 2 : 3이다.
 - ⑤ $\overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{CF} : \overline{C'F'}$
- ④ $\overline{AD} : \overline{A'D'} = 6 : 15 = 2 : 5$ 이므로 두 삼각기둥의 닮음비는 2 : 5이다.

04 다음 그림과 같은 두 구 A, B는 서로 닮은 도형이고 반지름의 길이의 비는 2 : 3이다. 구 A의 부피가 $40\pi \text{ cm}^3$ 일 때, 구 B의 부피는?



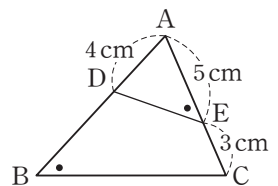
- ① $120\pi \text{ cm}^3$
 - ② $125\pi \text{ cm}^3$
 - ③ $130\pi \text{ cm}^3$
 - ✓ ④ $135\pi \text{ cm}^3$
 - ⑤ $140\pi \text{ cm}^3$
- 닮음비가 2 : 3이므로 부피의 비는 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$
 $40\pi : (\text{구 B의 부피}) = 8 : 27$
 $\therefore (\text{구 B의 부피}) = \frac{40\pi \times 27}{8} = 135\pi(\text{cm}^3)$

05 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 x 의 값은?



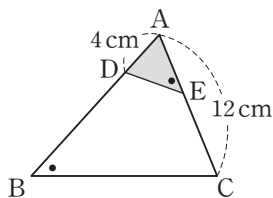
- ① 9
 - ② 11
 - ✓ ③ 12
 - ④ 14
 - ⑤ 15
- $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (SAS 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{BC} : \overline{DC} = 24 : 8 = 3 : 1$
 이므로 $x : 4 = 3 : 1 \quad \therefore x = 12$

06 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle AED$ 이고 $\overline{AD} = 4 \text{ cm}$, $\overline{AE} = 5 \text{ cm}$, $\overline{EC} = 3 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{DB}$ 의 길이를 구하시오. 6 cm



$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AC} : \overline{AD} = 8 : 4 = 2 : 1$
 이므로 $(4 + \overline{DB}) : 5 = 2 : 1, 4 + \overline{DB} = 10 \quad \therefore \overline{DB} = 6(\text{cm})$

- 07 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ABC = \angle AED$ 이고
 $\triangle ABC = 72 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle ADE$ 의 넓이는?



- ✓ ① 8 cm^2 ② 9 cm^2 ③ 12 cm^2

- ④ 18 cm^2 ⑤ 24 cm^2

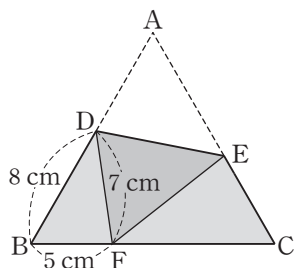
$\triangle ADE \sim \triangle ACB$ (AA 닮음)이고, 닮음비가

$\overline{AD} : \overline{AC} = 4 : 12 = 1 : 3$ 이므로

$\triangle ADE : 72 = 1^2 : 3^2, 9\triangle ADE = 72$

$\therefore \triangle ADE = 8(\text{cm}^2)$

- [08~09] 다음 그림은 정삼각형 ABC를 $\overline{DE}$ 를 접는 선으로 하여 꼭
 짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 점 F에 오도록 접은 것이다. 물음에 답하시오.



- 08 $\overline{CF}$ 의 길이를 구하시오. **10 cm**

$\overline{AD} = \overline{DF} = 7 \text{ cm}$ 이므로 $\overline{AB} = 7 + 8 = 15(\text{cm})$

즉, 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는 15 cm이다.

$\therefore \overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 15 - 5 = 10(\text{cm})$

- 09 $\overline{AE}$ 의 길이를 구하시오. **$\frac{35}{4} \text{ cm}$**

$\angle B = \angle C = 60^\circ$

$\angle BFD + \angle BDF = 120^\circ, \angle BFD + \angle CFE = 120^\circ$ 이므로

$\angle BDF = \angle CFE$

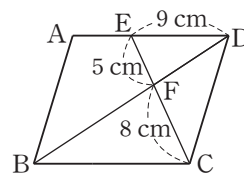
$\therefore \triangle BFD \sim \triangle CEF$ (AA 닮음)

$\overline{BD} : \overline{CF} = \overline{FD} : \overline{EF}$ 이므로

$8 : 10 = 7 : \overline{EF}, 8\overline{EF} = 70 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{35}{4}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AE} = \overline{EF} = \frac{35}{4} \text{ cm}$

- 10 오른쪽 그림과 같은 평행사변형
 ABCD에서 $\overline{AD}$ 위의 점 E에
 대하여 대각선 BD와 $\overline{CE}$ 가 만
 나는 점을 F라 하자.



$\overline{ED} = 9 \text{ cm}, \overline{EF} = 5 \text{ cm},$
 $\overline{CF} = 6 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?

- ① 5 cm ✓ ② $\frac{27}{5} \text{ cm}$ ③ 6 cm

- ④ $\frac{32}{5} \text{ cm}$ ⑤ 7 cm

$\triangle DEF \sim \triangle BCF$ (AA 닮음)이고, $\overline{EF} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 이므로

$5 : 8 = 9 : \overline{BC}, 5\overline{BC} = 72 \quad \therefore \overline{BC} = \frac{72}{5}(\text{cm})$

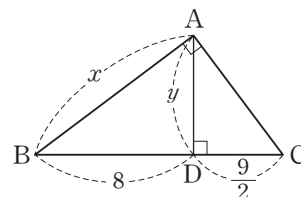
$\therefore \overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = \frac{72}{5} - 9 = \frac{27}{5}(\text{cm})$

- 11 오른쪽 그림과 같이

$\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, $x + y$ 의

값은?



- ① 13 ② 14

- ③ 15 ✓ ④ 16

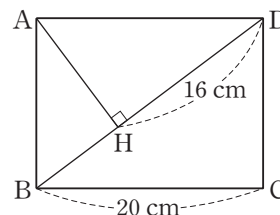
- ⑤ 17

$x^2 = 8 \times \left(8 + \frac{9}{2}\right) = 8 \times \frac{25}{2} = 100 \quad \therefore x = 10 (\because x > 0)$

$y^2 = 8 \times \frac{9}{2} = 36 \quad \therefore y = 6 (\because y > 0)$

$\therefore x + y = 10 + 6 = 16$

- 12 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 꼭짓점 A에서
 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{BC} = 20 \text{ cm},$
 $\overline{DH} = 16 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하시오. **12 cm**



직각삼각형 ABD에서 $\overline{BH} = x \text{ cm}$ 라 하면

$\overline{AD}^2 = \overline{DH} \times \overline{DB}$ 이므로 $20^2 = 16 \times (x + 16)$

$x + 16 = 25 \quad \therefore x = 9$

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{DH}$ 이므로 $\overline{AH}^2 = 9 \times 16 = 144$

$\therefore \overline{AH} = 12(\text{cm})$



08

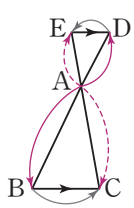
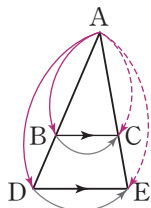
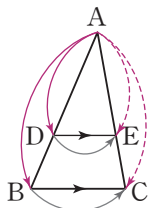
삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (1)

2 도형의 닮음 (2)

△ABC에서 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 또는 그 연장선 위의 점일 때, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이면

(1) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$

(2) $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$

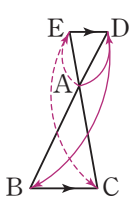
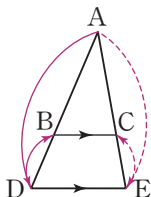
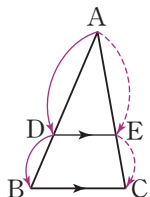
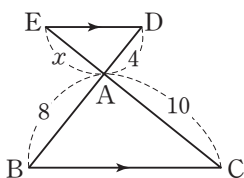


예 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이므로

$8 : 4 = 10 : x, 8x = 40$

$\therefore x = 5$

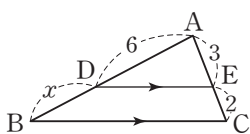


예 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때

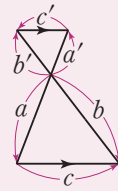
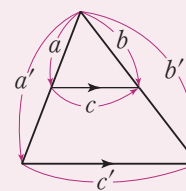
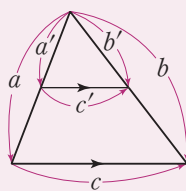
$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이므로

$6 : x = 3 : 2, 3x = 12$

$\therefore x = 4$

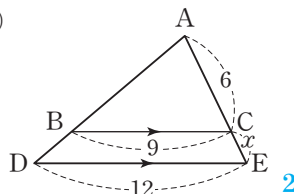


삼각형에서 선분의 길이의 비 (1)



$\rightarrow a : a' = \boxed{b : b'} = \boxed{c : c'}$

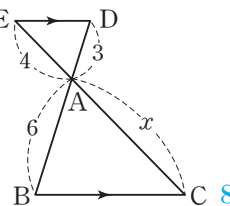
(3)



$6 : (6+x) = 9 : 12, 54+9x=72$

$9x=18 \quad \therefore x=2$

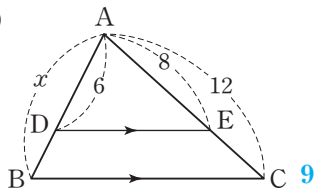
(4)



$6 : 3 = x : 4, 3x=24 \quad \therefore x=8$

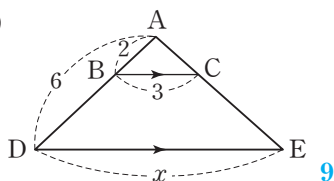
01 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.

(1)



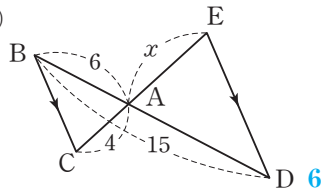
$x : 6 = 12 : 8, 8x=72 \quad \therefore x=9$

(2)



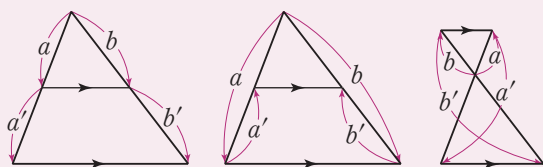
$2 : 6 = 3 : x, 2x=18 \quad \therefore x=9$

(5)



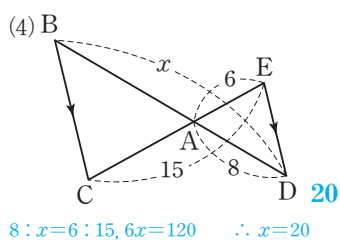
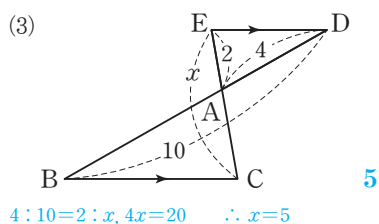
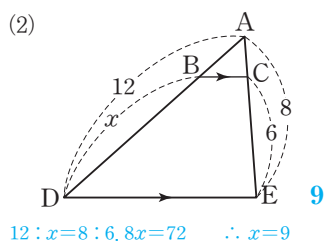
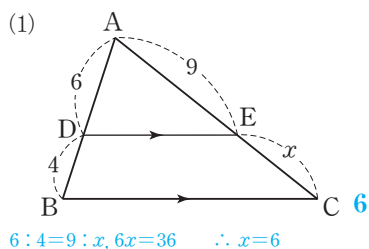
$6 : (15-6) = 4 : x, 6x=36 \quad \therefore x=6$

... 삼각형에서 선분의 길이의 비 (2) ...

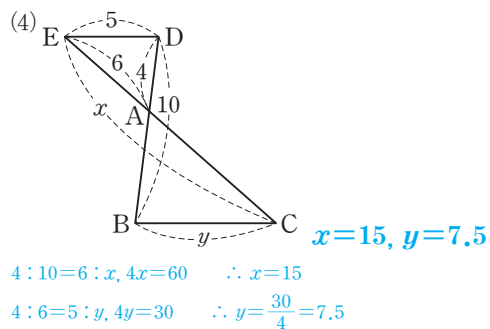
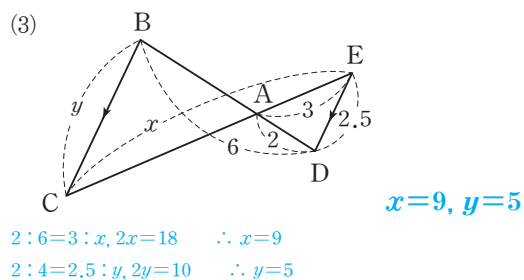
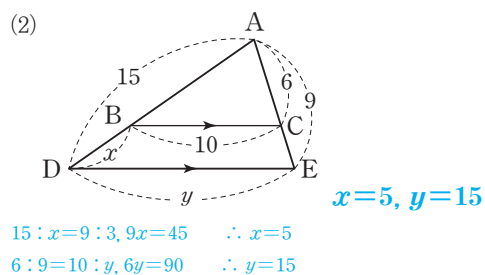
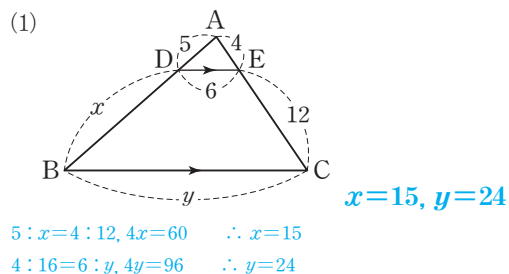


$$\rightarrow a : a' = \boxed{b : b'}$$

02 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



03 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, x, y 의 값을 각각 구하시오.



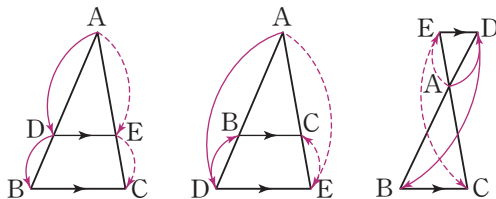
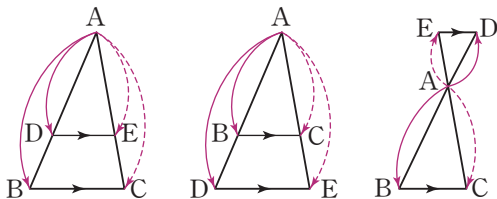
삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (2)

2 도형의 닮음 (2)

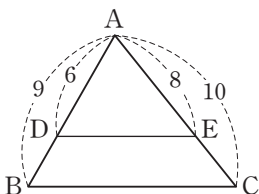
△ABC에서 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 또는 그 연장선 위의 점일 때,

(1) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이면 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

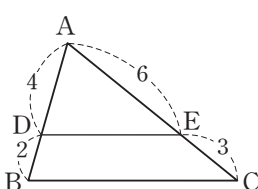
(2) $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이면 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$



예



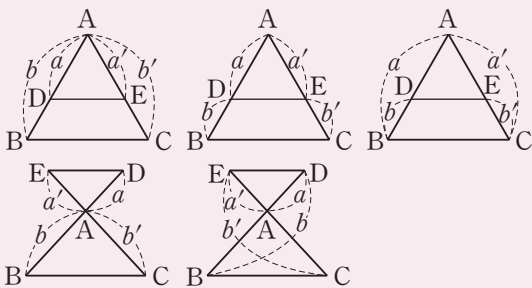
$\overline{AB} : \overline{AD} = 9 : 6 = 3 : 2$,
 $\overline{AC} : \overline{AE} = 8 : 10 = 4 : 5$
 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 가 아니다.



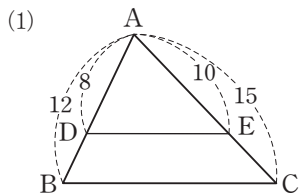
$\overline{AD} : \overline{DB} = 4 : 2 = 2 : 1$,
 $\overline{AE} : \overline{EC} = 6 : 3 = 2 : 1$
 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이다.

삼각형에서 평행선 찾기

다음 그림에서 $a : a' = \boxed{b : b'}$ 이면 $\overline{BC} \parallel \boxed{\overline{DE}}$

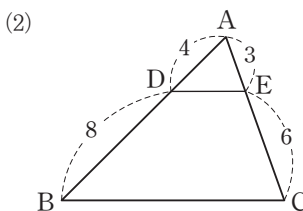


01 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 인 것은 ○표, 아닌 것은 ×표 하시오.



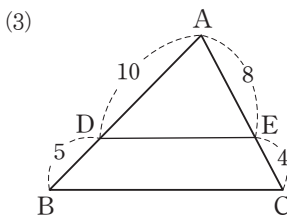
$\overline{AB} : \overline{AD} = 12 : 8 = 3 : 2$,
 $\overline{AC} : \overline{AE} = 15 : 10 = 3 : 2$

(○)



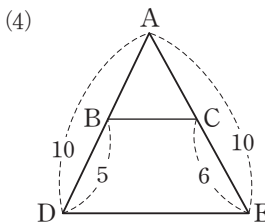
$\overline{AD} : \overline{DB} = 4 : 8 = 1 : 2$,
 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 6 = 1 : 2$

(○)



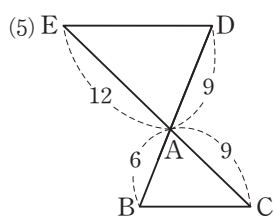
$\overline{AD} : \overline{DB} = 10 : 5 = 2 : 1$,
 $\overline{AE} : \overline{EC} = 8 : 4 = 2 : 1$

(○)



$\overline{AD} : \overline{DB} = 10 : 5 = 2 : 1$,
 $\overline{AE} : \overline{EC} = 10 : 6 = 5 : 3$

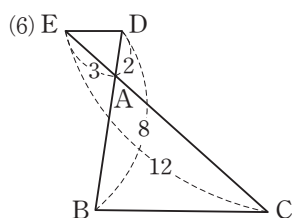
(×)



$$\overline{AB} : \overline{AD} = 6 : 9 = 2 : 3,$$

$$\overline{AC} : \overline{AE} = 9 : 12 = 3 : 4$$

(×)

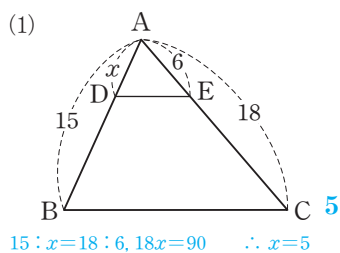


$$\overline{AD} : \overline{DB} = 2 : 8 = 1 : 4,$$

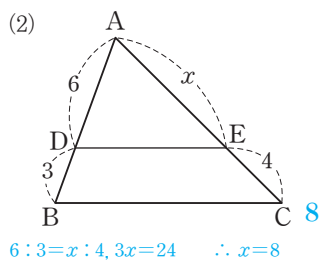
$$\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 12 = 1 : 4$$

(○)

02 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 가 되기 위한 x 의 값을 구하시오.

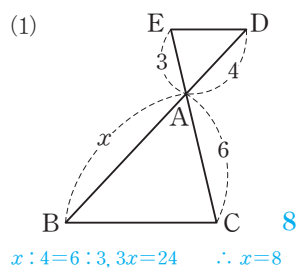


$$15 : x = 18 : 6, 18x = 90 \quad \therefore x = 5$$

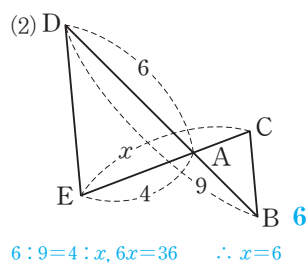


$$6 : 3 = x : 4, 3x = 24 \quad \therefore x = 8$$

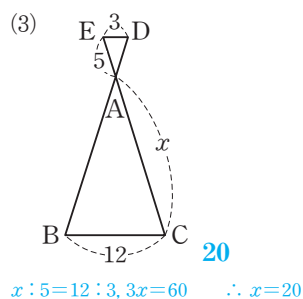
03 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 가 되기 위한 x 의 값을 구하시오.



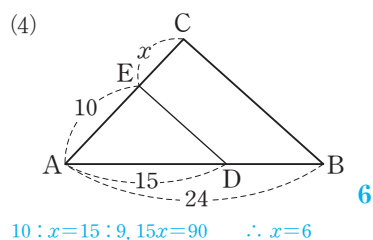
$$x : 4 = 6 : 3, 3x = 24 \quad \therefore x = 8$$



$$6 : 9 = 4 : x, 6x = 36 \quad \therefore x = 6$$



$$x : 5 = 12 : 3, 3x = 60 \quad \therefore x = 20$$



$$10 : x = 15 : 9, 15x = 90 \quad \therefore x = 6$$



10

삼각형의 각의 이등분선

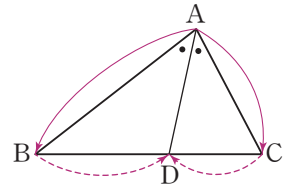
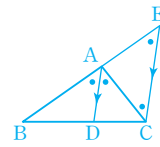
2 도형의 닮음 (2)

(1) 삼각형의 내각의 이등분선: $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D라 하면

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$$

예 $\overline{AB}=8, \overline{AC}=4, \overline{BD}=x, \overline{DC}=3$ 일 때,
 $8 : 4 = x : 3, 4x = 24 \quad \therefore x = 6$

참고 $\overline{BA} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC},$
 $\overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

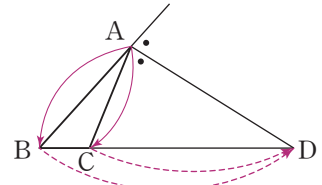
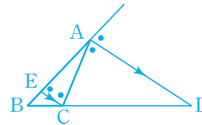


(2) 삼각형의 외각의 이등분선: $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 D라 하면

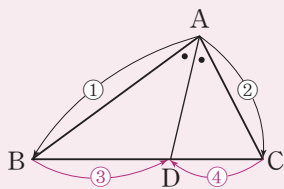
$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$$

예 $\overline{AB}=6, \overline{AC}=4, \overline{BD}=x, \overline{DC}=6$ 일 때,
 $6 : 4 = x : 6, 4x = 36 \quad \therefore x = 9$

참고 $\overline{BA} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC},$
 $\overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$



삼각형의 내각의 이등분선

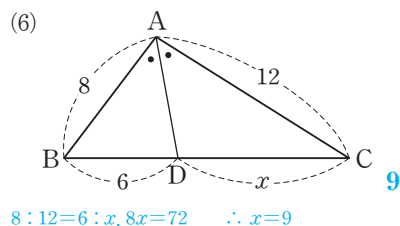
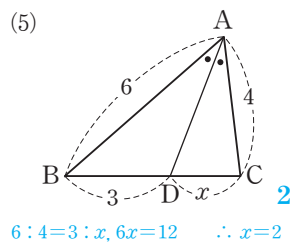
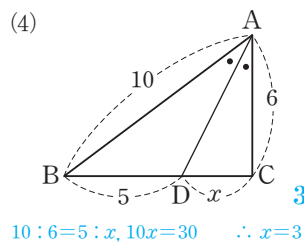
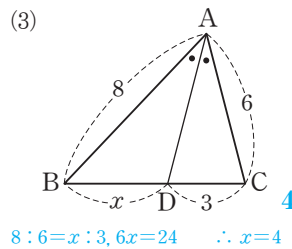
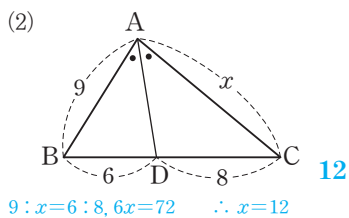
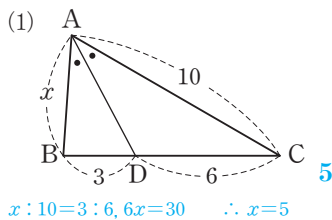


$\angle BAD = \angle CAD$ 일 때,

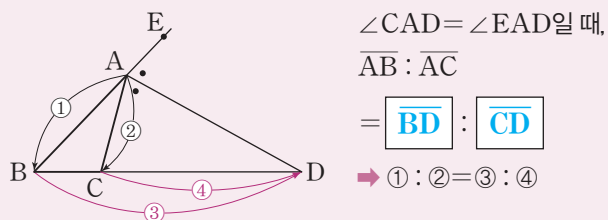
$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$$

$\rightarrow ① : ② = ③ : ④$

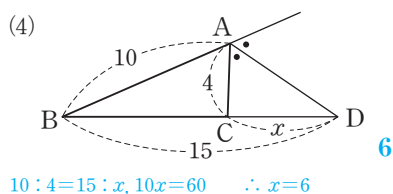
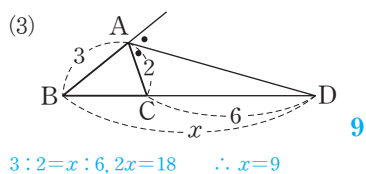
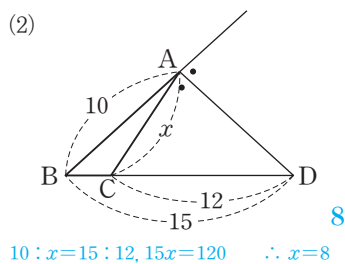
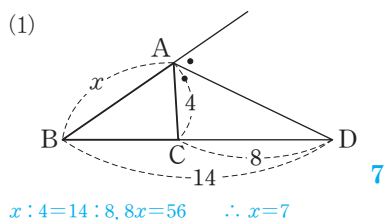
01 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선 일 때, x 의 값을 구하시오.



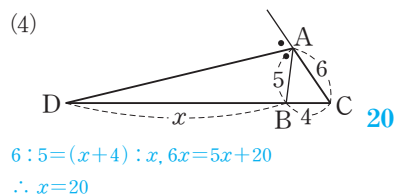
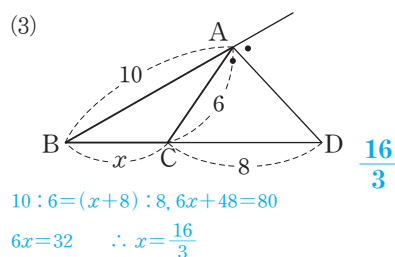
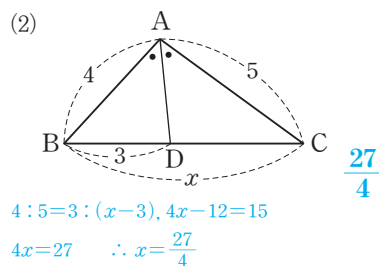
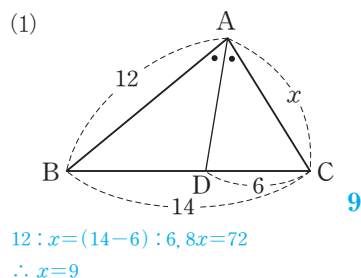
삼각형의 외각의 이등분선



02 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 외각의 이등분선일 때, x 의 값을 구하시오.



03 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 또는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선일 때, x 의 값을 구하시오.



개념 11

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

2 도형의 닮음 (2)

(1) $\triangle ABC$ 에서 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이면

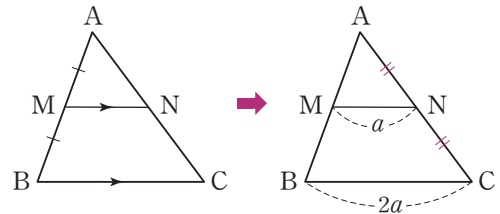
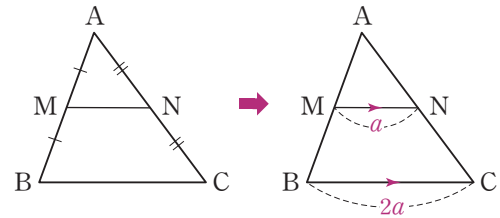
$$\overline{MN} \parallel \overline{BC}, \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

예 $\overline{MN} = 3$ 일 때, $\overline{BC} = 2 \times 3 = 6$

(2) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$ 이고 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이면

$$\overline{AN} = \overline{NC}, \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

예 $\overline{NC} = 3$ 일 때, $\overline{AN} = \overline{NC} = 3$

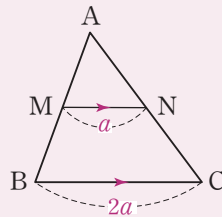


... 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 (1)

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{AN} = \overline{NC}$$

$$\Rightarrow \overline{MN} \parallel \overline{BC}, \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

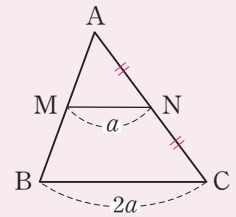


... 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 (2)

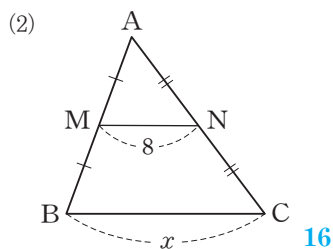
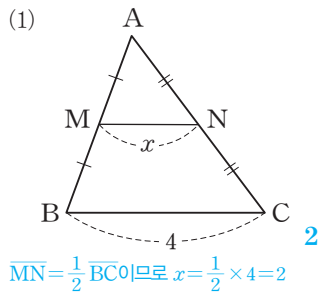
$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

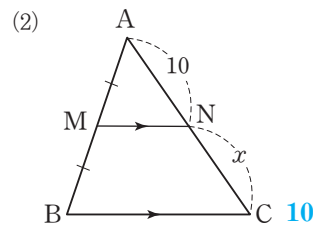
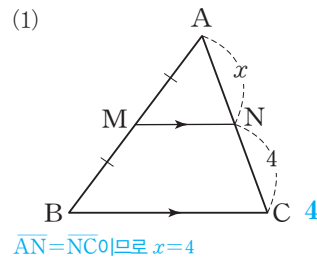
$$\Rightarrow \overline{AN} = \overline{NC}, \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$



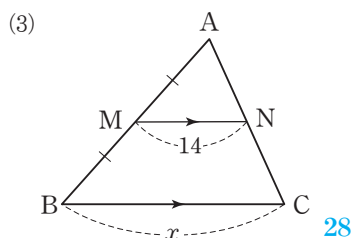
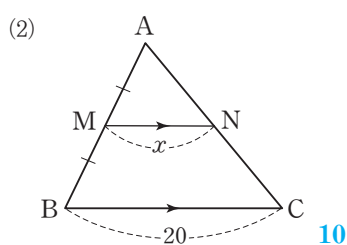
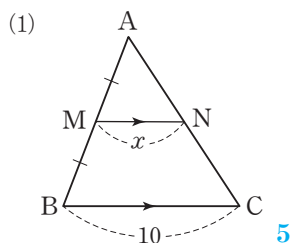
01 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 할 때, x 의 값을 구하시오.



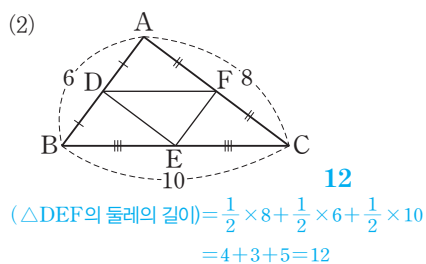
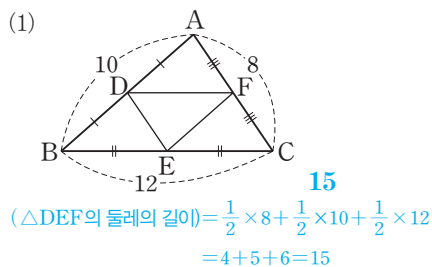
02 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 중점이 M이고 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



03 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 중점이 M이고 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



04 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 세 점 D, E, F가 각각 세 변의 중점일 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이를 구하시오.

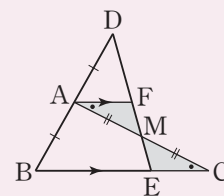


삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용

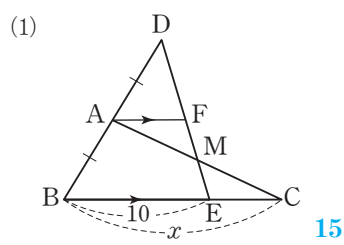
오른쪽 그림에서 $\overline{AD} = \overline{AB}$,
 $\overline{AM} = \overline{CM}$, $\overline{AF} \parallel \overline{BC}$ 이면

① $\triangle AMF \equiv \triangle CME$

② $\overline{BE} = 2\overline{AF} = 2\overline{CE}$



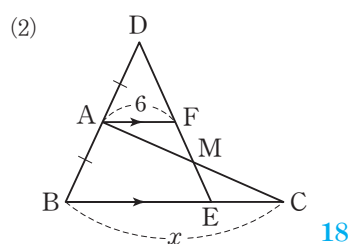
05 다음 그림에서 $\overline{BD}$ 의 중점이 A이고 $\overline{AF} \parallel \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



$\overline{AF} = \frac{1}{2} \overline{BE} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

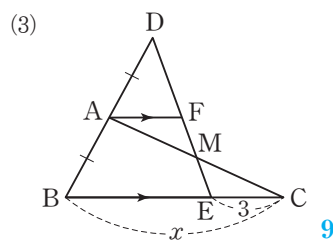
$\triangle AMF \equiv \triangle CME$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{CE} = \overline{AF} = 5$

$\therefore x = \overline{BE} + \overline{CE} = 10 + 5 = 15$



$\overline{BE} = 2\overline{AF} = 2 \times 6 = 12$, $\overline{CE} = \overline{AF} = 6$

$\therefore x = \overline{BE} + \overline{CE} = 12 + 6 = 18$



$\overline{AF} = \overline{CE} = 3$, $\overline{BE} = 2\overline{AF} = 2 \times 3 = 6$

$\therefore x = \overline{BE} + \overline{CE} = 6 + 3 = 9$

개념 12

사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

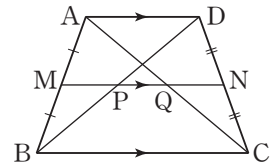
2 도형의 닮음 (2)

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 하면

(1) $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$

(2) $\overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} + \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} (\overline{AD} + \overline{BC})$

(3) $\overline{PQ} = \overline{MQ} - \overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} - \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} (\overline{BC} - \overline{AD})$ (단, $\overline{BC} > \overline{AD}$)

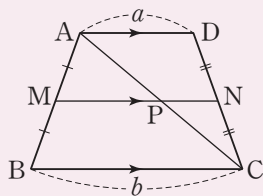


... 사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 (1)

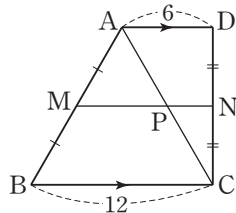
$\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$

$\rightarrow \overline{MP} = \frac{1}{2} b, \overline{PN} = \frac{1}{2} a$

$\rightarrow \overline{MN} = \frac{1}{2} (a + b)$



01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{MP}$ 의 길이 6

$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

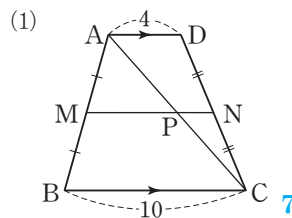
(2) $\overline{PN}$ 의 길이 3

$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

(3) $\overline{MN}$ 의 길이 9

$\overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 6 + 3 = 9$

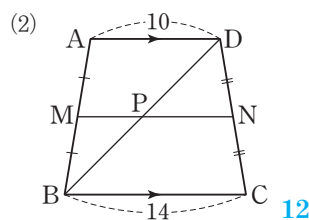
02 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하시오.



$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

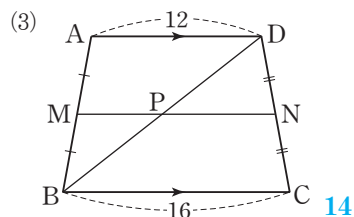
$\therefore \overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 5 + 2 = 7$



$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7$

$\therefore \overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 5 + 7 = 12$

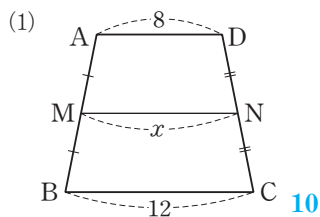


$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

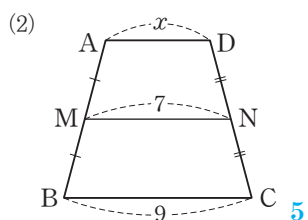
$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$

$\therefore \overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 6 + 8 = 14$

03 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.

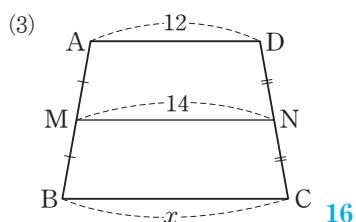


$$x = \overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC}) = \frac{1}{2} \times (8 + 10) = \frac{1}{2} \times 18 = 9$$



$$\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC}) \text{ 이므로 } 7 = \frac{1}{2} \times (x + 9)$$

$$x + 9 = 14 \quad \therefore x = 5$$



$$\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC}) \text{ 이므로 } 14 = \frac{1}{2} \times (12 + x)$$

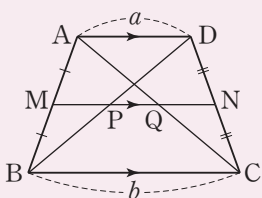
$$12 + x = 28 \quad \therefore x = 16$$

... **사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 (2)**

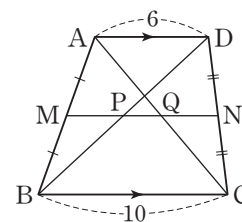
$$\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

$$\Rightarrow \overline{MQ} = \frac{1}{2}b, \overline{MP} = \frac{1}{2}a$$

$$\Rightarrow \overline{PQ} = \frac{1}{2}(b - a) \quad (\text{단, } b > a)$$



04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{MQ}$ 의 길이 **5**

$$\overline{MQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

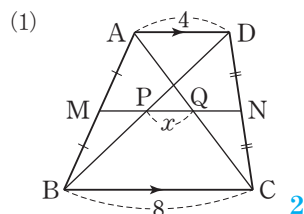
(2) $\overline{MP}$ 의 길이 **3**

$$\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

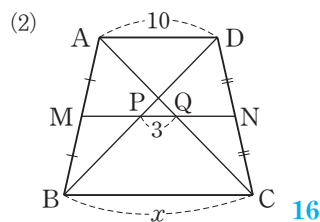
(3) $\overline{PQ}$ 의 길이 **2**

$$\overline{PQ} = \overline{MQ} - \overline{MP} = 5 - 3 = 2$$

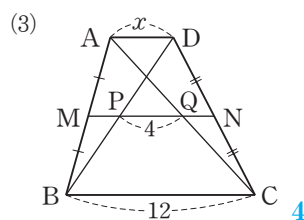
05 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



$$x = \overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD}) = \frac{1}{2} \times (8 - 4) = 2$$



$$\frac{1}{2} \times (x - 10) = 3 \text{ 이므로 } x - 10 = 6 \quad \therefore x = 16$$



$$\frac{1}{2} \times (12 - x) = 4 \text{ 이므로 } 12 - x = 8 \quad \therefore x = 4$$



13

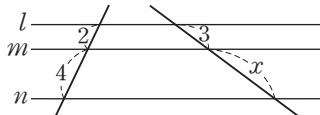
평행선 사이의 선분의 길이의 비

2 도형의 닮음 (2)

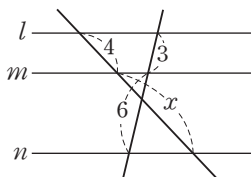
세 개 이상의 평행선이 다른 두 직선과 만날 때, 그 두 직선이 평행선에 의하여 잘려서 생기는 선분의 길이의 비는 같다.

→ $l \parallel m \parallel n$ 이면 $a:b=c:d$ 또는 $a:c=b:d$

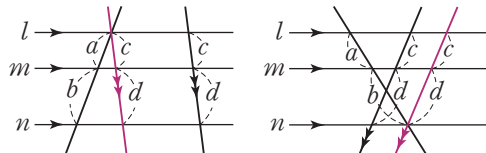
예 $l \parallel m \parallel n$ 일 때



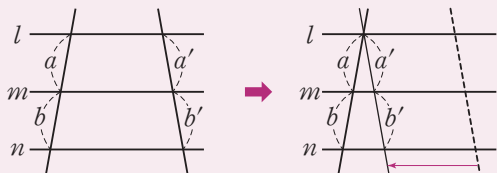
$$2:4=3:x, 2x=12 \quad \therefore x=6$$



$$4:x=3:6, 3x=24 \quad \therefore x=8$$



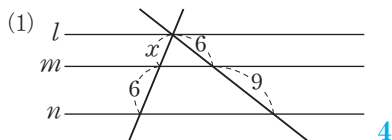
... 평행선 사이의 선분의 길이의 비 (1) ...



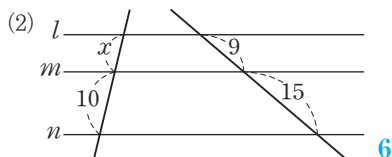
$$l \parallel m \parallel n \rightarrow a:b = \boxed{a':b'} \text{ 또는 } a:a' = \boxed{b:b'}$$

평행이동

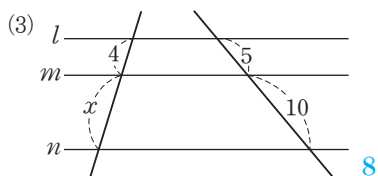
01 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



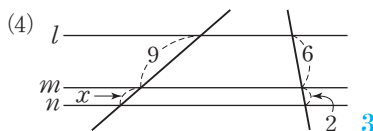
$$x:6=6:9, 9x=36 \quad \therefore x=4$$



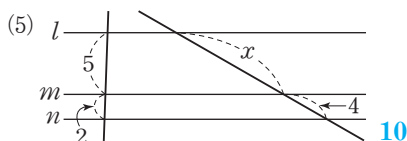
$$x:10=9:15, 15x=90 \quad \therefore x=6$$



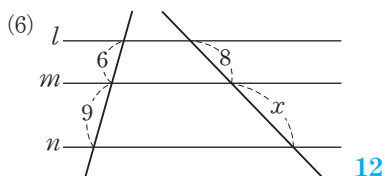
$$4:x=5:10, 5x=40 \quad \therefore x=8$$



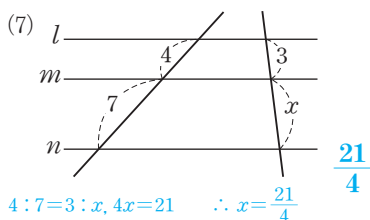
$$9:x=6:2, 6x=18 \quad \therefore x=3$$



$$5:2=x:4, 2x=20 \quad \therefore x=10$$

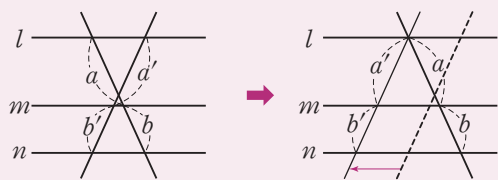


$$6:9=8:x, 6x=72 \quad \therefore x=12$$



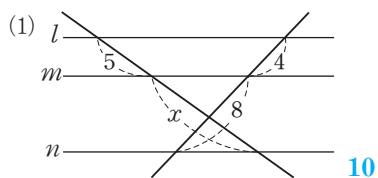
$$4:7=3:x, 4x=21 \quad \therefore x=\frac{21}{4}$$

... 0 평행선 사이의 선분의 길이의 비 (2) ...

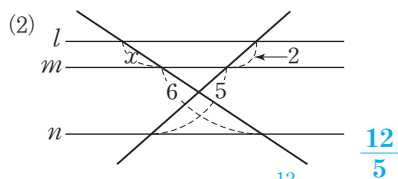


$$l \parallel m \parallel n \rightarrow a : b = \boxed{a' : b'} \text{ 또는 } a : a' = \boxed{b : b'}$$

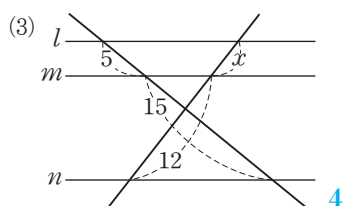
02 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



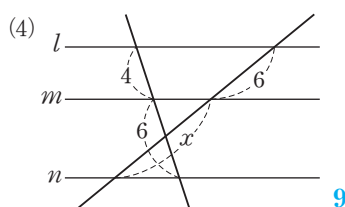
$$5 : x = 4 : 8, 4x = 40 \quad \therefore x = 10$$



$$x : 6 = 2 : 5, 5x = 12 \quad \therefore x = \frac{12}{5}$$

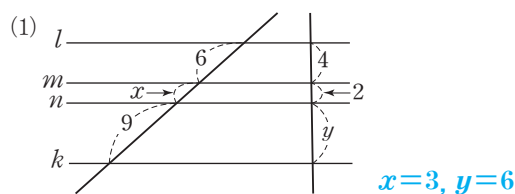


$$5 : 15 = x : 12, 15x = 60 \quad \therefore x = 4$$



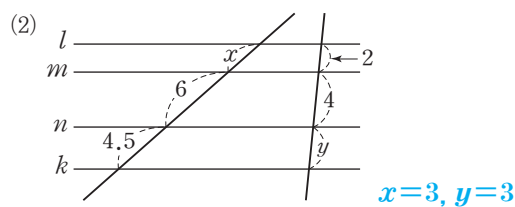
$$4 : 6 = 6 : x, 4x = 36 \quad \therefore x = 9$$

03 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n \parallel k$ 일 때, x, y 의 값을 각각 구하시오.



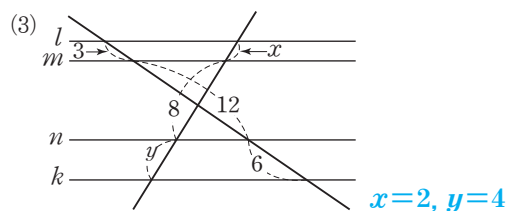
$$6 : x = 4 : 2, 4x = 12 \quad \therefore x = 3$$

$$3 : 9 = 2 : y, 3y = 18 \quad \therefore y = 6$$



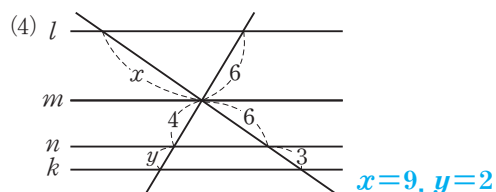
$$x : 6 = 2 : 4, 4x = 12 \quad \therefore x = 3$$

$$6 : 4.5 = 4 : y, 6y = 18 \quad \therefore y = 3$$



$$3 : 12 = x : 8, 12x = 24 \quad \therefore x = 2$$

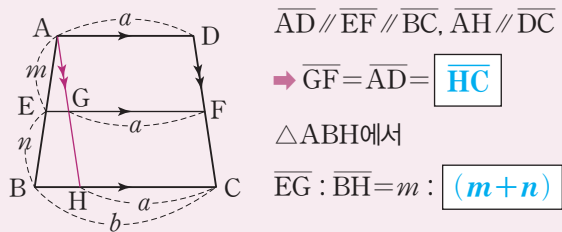
$$8 : y = 12 : 6, 12y = 48 \quad \therefore y = 4$$



$$x : 6 = 6 : 4, 4x = 36 \quad \therefore x = 9$$

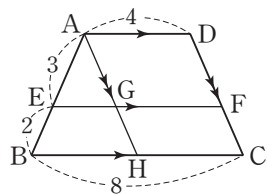
$$4 : y = 6 : 3, 6y = 12 \quad \therefore y = 2$$

... 사다리꼴에서 평행선과 선분의 길이의 비-평행선 긋기



04 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴

ABCD에서
 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$,
 $\overline{AH} \parallel \overline{DC}$ 일 때, 다음을 구
 하시오.



(1) $\overline{GF}$ 의 길이 4

□AGFD는 평행사변형이므로 $\overline{GF} = \overline{AD} = 4$

(2) $\overline{BH}$ 의 길이 4

□GHCF는 평행사변형이므로 $\overline{HC} = \overline{GF} = 4$
 $\therefore \overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC} = 8 - 4 = 4$

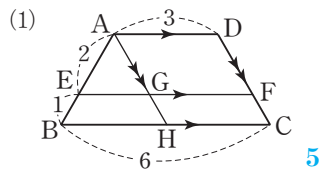
(3) $\overline{EG}$ 의 길이 $\frac{12}{5}$

$\triangle ABH$ 에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BH}$ 이므로
 $3 : (3+2) = \overline{EG} : 4, 5\overline{EG} = 12 \therefore \overline{EG} = \frac{12}{5}$

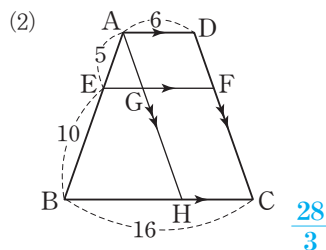
(4) $\overline{EF}$ 의 길이 $\frac{32}{5}$

$\overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{12}{5} + 4 = \frac{32}{5}$

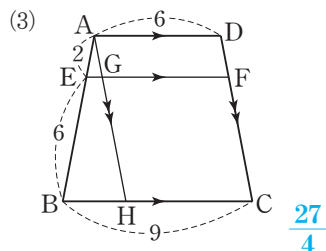
05 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$,
 $\overline{AH} \parallel \overline{DC}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.



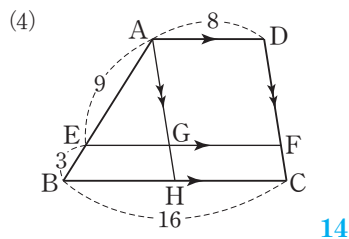
$\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BH}$ 이므로
 $2 : (2+1) = \overline{EG} : (6-3), 3\overline{EG} = 6 \therefore \overline{EG} = 2$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 2 + 3 = 5$



$5 : (5+10) = \overline{EG} : (16-6), 15\overline{EG} = 50$
 $\therefore \overline{EG} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3}$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{10}{3} + 6 = \frac{28}{3}$

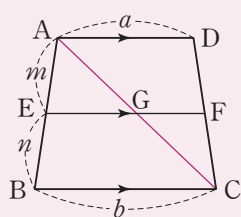


$2 : (2+6) = \overline{EG} : (9-6), 8\overline{EG} = 6$
 $\therefore \overline{EG} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{3}{4} + 6 = \frac{27}{4}$



$9 : (9+3) = \overline{EG} : (16-8), 12\overline{EG} = 72$
 $\therefore \overline{EG} = 6$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 6 + 8 = 14$

... 사다리꼴에서 평행선과 선분의 길이의 비-대각선 긋기



$$\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$$

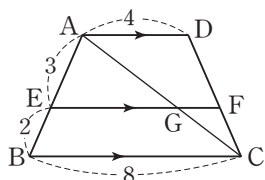
→ $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{EG} : \overline{BC} = m : (m+n)$$

$\triangle ACD$ 에서

$$\overline{GF} : \overline{AD} = n : (m+n)$$

06 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{EG}$ 의 길이 $\frac{24}{5}$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BC}$ 이므로

$$3 : (3+2) = \overline{EG} : 8, 5\overline{EG} = 24 \quad \therefore \overline{EG} = \frac{24}{5}$$

(2) $\overline{GF}$ 의 길이 $\frac{8}{5}$

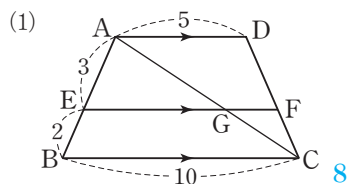
$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CG} : \overline{CA} = \overline{GF} : \overline{AD}$ 이므로

$$2 : (2+3) = \overline{GF} : 4, 5\overline{GF} = 8 \quad \therefore \overline{GF} = \frac{8}{5}$$

(3) $\overline{EF}$ 의 길이 $\frac{32}{5}$

$$\overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{24}{5} + \frac{8}{5} = \frac{32}{5}$$

07 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.



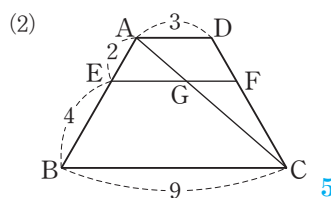
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BC}$ 이므로

$$3 : (3+2) = \overline{EG} : 10, 5\overline{EG} = 30 \quad \therefore \overline{EG} = 6$$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CG} : \overline{CA} = \overline{GF} : \overline{AD}$ 이므로

$$2 : (2+3) = \overline{GF} : 5, 5\overline{GF} = 10 \quad \therefore \overline{GF} = 2$$

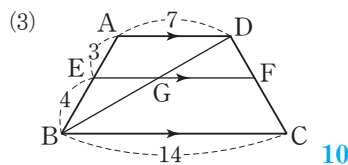
$$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 6 + 2 = 8$$



$$2 : (2+4) = \overline{EG} : 9, 6\overline{EG} = 18 \quad \therefore \overline{EG} = 3$$

$$4 : (4+2) = \overline{GF} : 3, 6\overline{GF} = 12 \quad \therefore \overline{GF} = 2$$

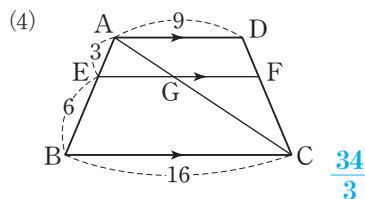
$$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 3 + 2 = 5$$



$$4 : (4+3) = \overline{EG} : 7, 7\overline{EG} = 28 \quad \therefore \overline{EG} = 4$$

$$3 : (3+4) = \overline{GF} : 14, 7\overline{GF} = 42 \quad \therefore \overline{GF} = 6$$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 4 + 6 = 10$$



$$3 : (3+6) = \overline{EG} : 16, 9\overline{EG} = 48 \quad \therefore \overline{EG} = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$$

$$6 : (6+3) = \overline{GF} : 9, 9\overline{GF} = 54 \quad \therefore \overline{GF} = 6$$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{16}{3} + 6 = \frac{34}{3}$$



14

삼각형의 중선

2 도형의 닮음 (2)

(1) 삼각형의 중선: 삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분

(2) 삼각형의 중선의 성질

① 삼각형의 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분한다.

$$\rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD$$

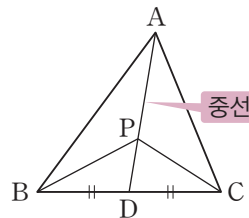
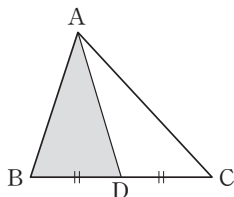
② 점 P가 중선 AD 위의 점이면 $\triangle PBD = \triangle PCD$, $\triangle ABP = \triangle ACP$

예 오른쪽 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선이고

$$\triangle ABC = 10 \text{ cm}^2 \text{ 일 때,}$$

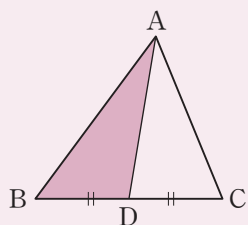
$$\triangle ABD = \triangle ACD = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 = 5 (\text{cm}^2)$$



참고 밑변의 길이가 같고, 높이가 같으므로 두 삼각형의 넓이는 같다.

삼각형의 중선과 넓이 (1)



$\overline{AD}$ 가 $\triangle ABC$ 의 **중선**일 때

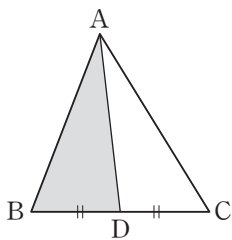
$$\rightarrow \triangle ABD = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

01 $\triangle ABC$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

(1) $\triangle ABC = 16 \text{ cm}^2$ **8 cm^2**

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

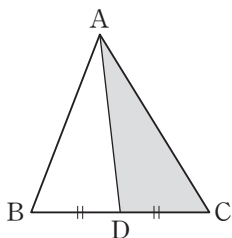
$$= \frac{1}{2} \times 16 = 8 (\text{cm}^2)$$



(2) $\triangle ABC = 22 \text{ cm}^2$ **11 cm^2**

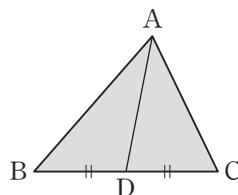
$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 22 = 11 (\text{cm}^2)$$



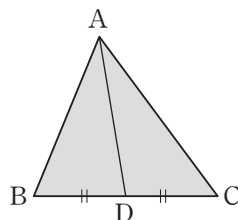
02 $\triangle ABD$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.

(1) $\triangle ABD = 7 \text{ cm}^2$ **14 cm^2**



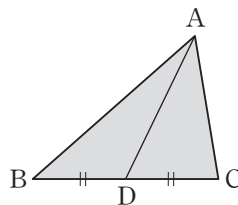
$$\triangle ABC = 2\triangle ABD = 2 \times 7 = 14 (\text{cm}^2)$$

(2) $\triangle ABD = 15 \text{ cm}^2$ **30 cm^2**



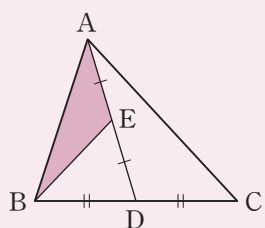
$$\triangle ABC = 2 \times 15 = 30 (\text{cm}^2)$$

(3) $\triangle ABD = 22 \text{ cm}^2$ **44 cm^2**



$$\triangle ABC = 2 \times 22 = 44 (\text{cm}^2)$$

삼각형의 중선과 넓이 (2)

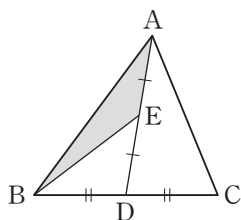


$\overline{AD}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선, 점 E가 $\overline{AD}$ 의 중점일 때

$$\begin{aligned}\rightarrow \triangle ABE &= \frac{1}{2} \triangle ABD \\ &= \frac{1}{4} \triangle ABC\end{aligned}$$

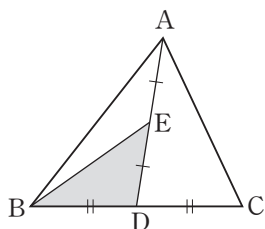
03 $\triangle ABC$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

(1) $\triangle ABC = 20 \text{ cm}^2$ **5 cm^2**



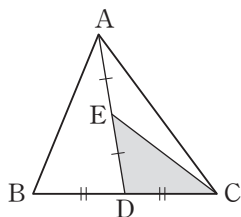
$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 20 = 5 (\text{cm}^2)$$

(2) $\triangle ABC = 24 \text{ cm}^2$ **6 cm^2**



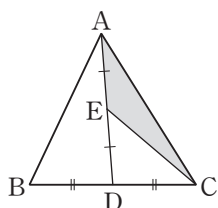
$$\triangle EBD = \frac{1}{4} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 24 = 6 (\text{cm}^2)$$

(3) $\triangle ABC = 28 \text{ cm}^2$ **7 cm^2**



$$\triangle EDC = \frac{1}{4} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 28 = 7 (\text{cm}^2)$$

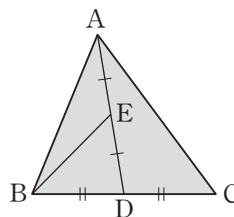
(4) $\triangle ABC = 32 \text{ cm}^2$ **8 cm^2**



$$\triangle AEC = \frac{1}{4} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 32 = 8 (\text{cm}^2)$$

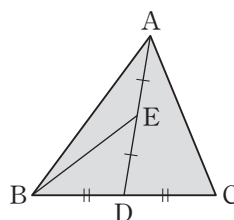
04 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.

(1) $\triangle ABE = 5 \text{ cm}^2$ **20 cm^2**



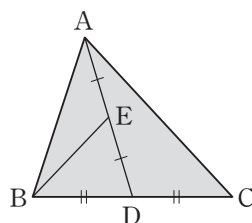
$$\triangle ABC = 2\triangle ABD = 2 \times 2\triangle ABE = 4 \times 5 = 20 (\text{cm}^2)$$

(2) $\triangle ABE = 8 \text{ cm}^2$ **32 cm^2**



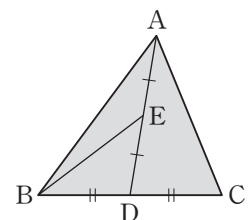
$$\triangle ABC = 2\triangle ABD = 2 \times 2\triangle ABE = 4 \times 8 = 32 (\text{cm}^2)$$

(3) $\triangle EBD = 10 \text{ cm}^2$ **40 cm^2**



$$\triangle ABC = 4\triangle EBD = 4 \times 10 = 40 (\text{cm}^2)$$

(4) $\triangle EBD = 14 \text{ cm}^2$ **56 cm^2**



$$\triangle ABC = 4\triangle EBD = 4 \times 14 = 56 (\text{cm}^2)$$



15

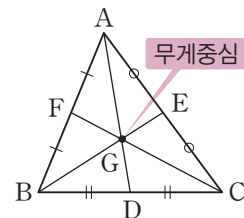
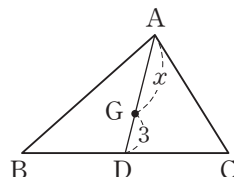
삼각형의 무게중심

2 도형의 닮음 (2)

- (1) 삼각형의 무게중심: 삼각형의 세 중선의 교점
- (2) 삼각형의 무게중심의 성질: 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 2:1로 나눈다.

$$\rightarrow \overline{AG} : \overline{GD} = \overline{BG} : \overline{GE} = \overline{CG} : \overline{GF} = 2 : 1$$

예 오른쪽 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때,
 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$, $x : 3 = 2 : 1$
 $\therefore x = 6$



참고 정삼각형의 무게중심, 내심, 외심은 모두 일치한다.

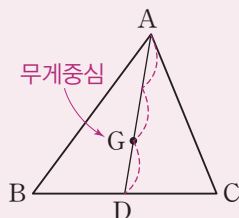
삼각형의 무게중심의 성질 (1)

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때

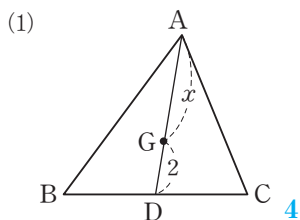
① $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

② $\overline{AD} : \overline{GD} = 3 : 1$

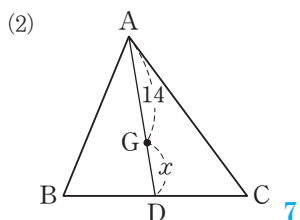
③ $\overline{AD} : \overline{AG} = 3 : 2$



01 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, x 의 값을 구하십시오.

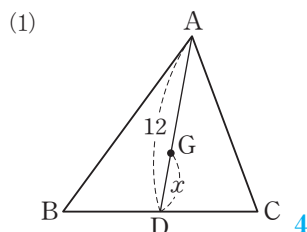


$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로
 $x : 2 = 2 : 1 \quad \therefore x = 4$

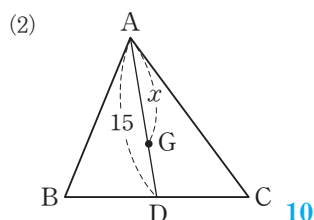


$14 : x = 2 : 1$, $2x = 14 \quad \therefore x = 7$

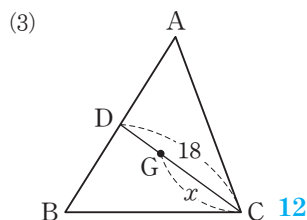
02 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, x 의 값을 구하십시오.



$12 : x = 3 : 1$, $3x = 12 \quad \therefore x = 4$

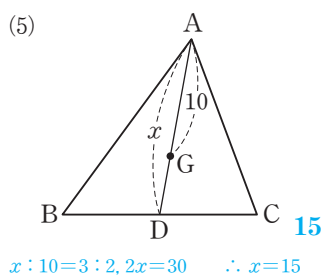
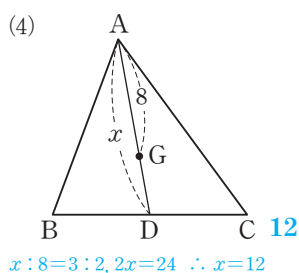
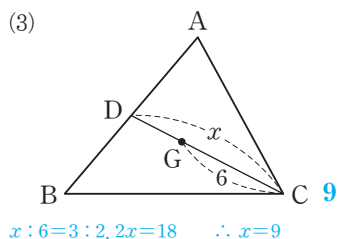
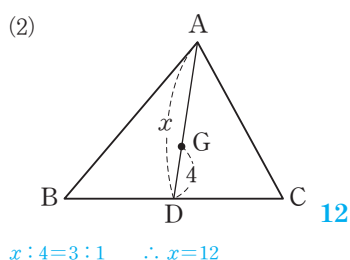
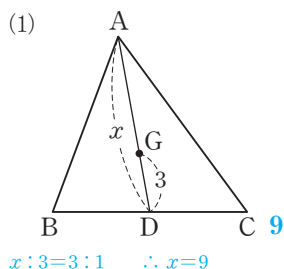


$15 : x = 3 : 2$, $3x = 30 \quad \therefore x = 10$

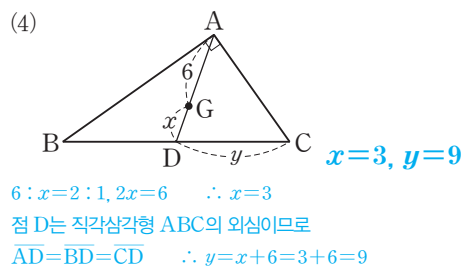
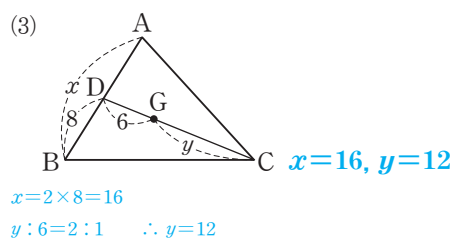
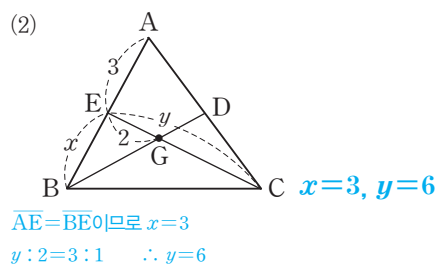
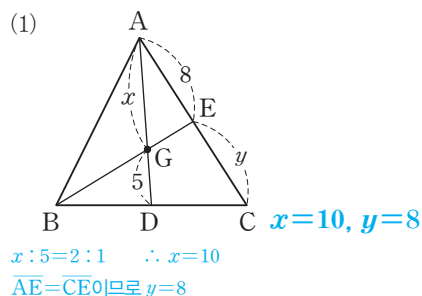


$18 : x = 3 : 2$, $3x = 36 \quad \therefore x = 12$

03 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, x 의 값을 구하시오.



04 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, x, y 의 값을 각각 구하시오.





16

삼각형의 무게중심과 넓이

2 도형의 닮음 (2)

△ABC의 무게중심을 G라 하면

(1) $\triangle GAB = \triangle GBC = \triangle GCA = \frac{1}{3} \triangle ABC$

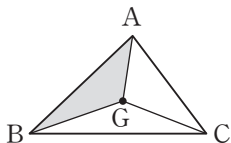
(2) $\triangle GAF = \triangle GBF = \triangle GBD = \triangle GCD = \triangle GCE = \triangle GAE = \frac{1}{6} \triangle ABC$

예 점 G는 △ABC의 무게중심이고

△ABC = 12 cm²일 때,

$$\triangle GAB = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

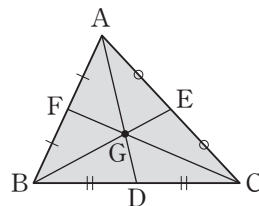
$$= \frac{1}{3} \times 12 = 4(\text{cm}^2)$$



참고 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle GAB : \triangle GBD = 2 : 1$

$$\therefore \triangle GAB = \frac{2}{3} \triangle ABD = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

마찬가지 방법으로 $\triangle GBC = \triangle GCA = \frac{1}{3} \triangle ABC$

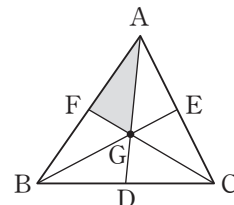


점 G는 △ABC의 무게중심이고

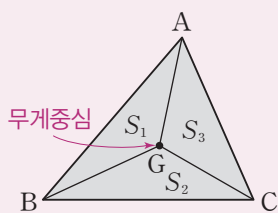
△ABC = 36 cm²일 때,

$$\triangle GAF = \frac{1}{6} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{6} \times 36 = 9(\text{cm}^2)$$



... 삼각형의 무게중심과 넓이 (1) ...

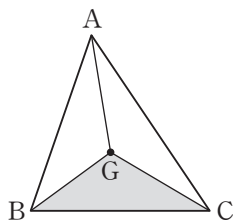


$$S_1 = S_2 = S_3$$

$$= \frac{1}{3} \triangle ABC$$

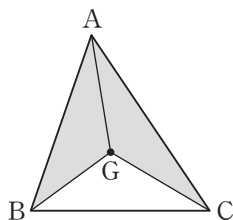
01 △ABC의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오. (단, 점 G는 △ABC의 무게중심이다.)

(1) △ABC = 15 cm² **5 cm²**



$$\triangle GBC = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 15 = 5(\text{cm}^2)$$

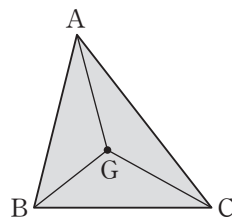
(2) △ABC = 45 cm² **30 cm²**



$$\frac{2}{3} \times 45 = 30(\text{cm}^2)$$

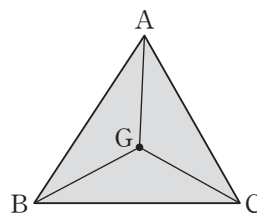
02 다음 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심일 때, △ABC의 넓이를 구하시오.

(1) △GAB = 5 cm² **15 cm²**

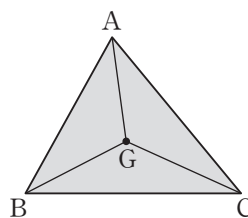


$$\triangle ABC = 3 \triangle GAB = 3 \times 5 = 15(\text{cm}^2)$$

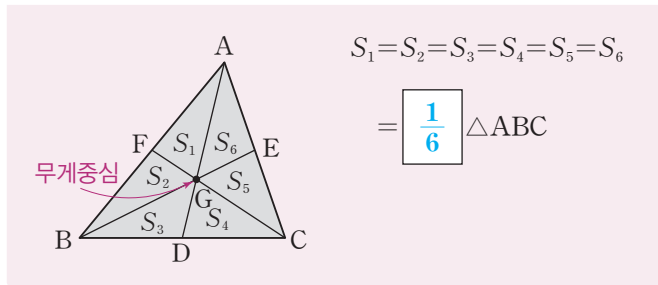
(2) △GBC = 6 cm² **18 cm²**



(3) △GCA = 8 cm² **24 cm²**

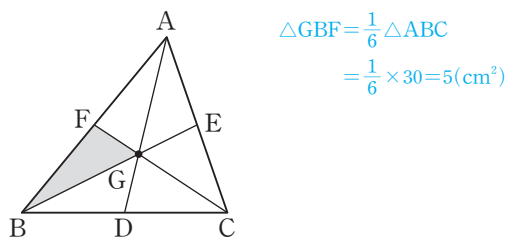


... 삼각형의 무게중심과 넓이 (2) ...

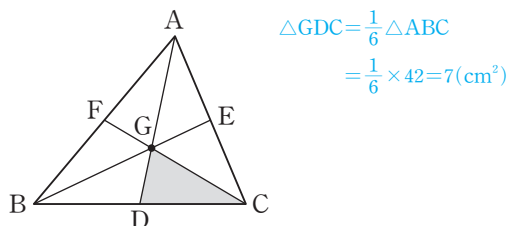


03 $\triangle ABC$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오. (단, 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.)

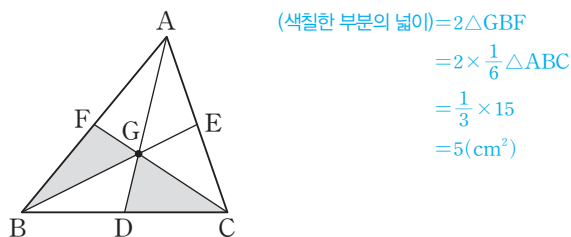
(1) $\triangle ABC = 30 \text{ cm}^2$ **5 cm^2**



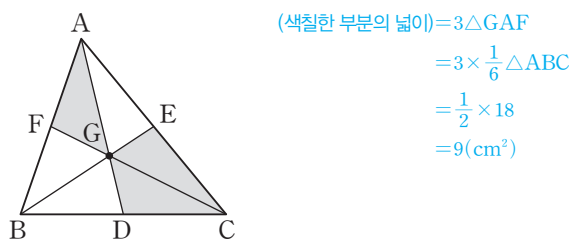
(2) $\triangle ABC = 42 \text{ cm}^2$ **7 cm^2**



(3) $\triangle ABC = 15 \text{ cm}^2$ **5 cm^2**

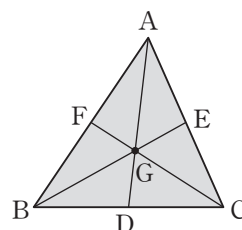


(4) $\triangle ABC = 18 \text{ cm}^2$ **9 cm^2**



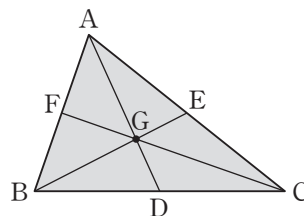
04 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.

(1) $\triangle GBF = 2 \text{ cm}^2$ **12 cm^2**

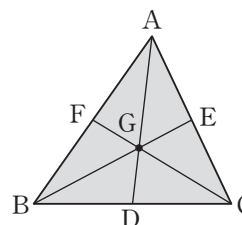


$$\triangle ABC = 6\triangle GBE = 6 \times 2 = 12(\text{cm}^2)$$

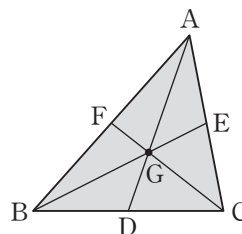
(2) $\triangle GDC = 6 \text{ cm}^2$ **36 cm^2**



(3) $\triangle GEA = 8 \text{ cm}^2$ **48 cm^2**



(4) $\square AFGE = 6 \text{ cm}^2$ **18 cm^2**



$$\square AFGE = \triangle GAF + \triangle GAE = 2 \times \frac{1}{6} \triangle ABC = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$\therefore \triangle ABC = 3\square AFGE = 3 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$$



내신 도전

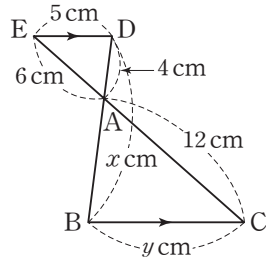
- 01 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

- ① 20 ② 21
☒ ③ 22 ④ 23
 ⑤ 24

$$4 : x = 6 : (6+12), 6x=72 \quad \therefore x=12$$

$$12 : 6 = y : 5, 6y=60 \quad \therefore y=10$$

$$\therefore x+y=12+10=22$$

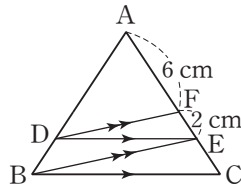


- 02 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$, $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하시오. $\frac{8}{3}$ cm

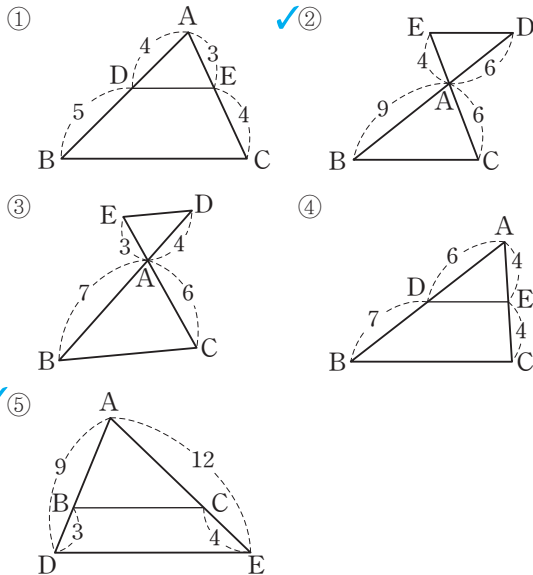
$$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FE} = 6 : 2 = 3 : 1$$

$$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 1 \text{ 이므로}$$

$$8 : \overline{EC} = 3 : 1, 3\overline{EC} = 8 \quad \therefore \overline{EC} = \frac{8}{3} \text{ (cm)}$$



- 03 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 인 것을 모두 고르면? (정답 2개)



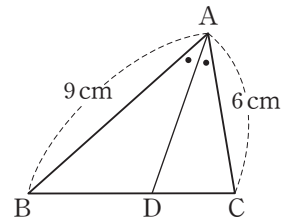
① $4 : 5 \neq 3 : 4$ ② $9 : 6 = 6 : 4 = 3 : 2$
 ③ $7 : 4 \neq 6 : 3 = 2 : 1$ ④ $6 : 7 \neq 4 : 4 = 1 : 1$
 ⑤ $9 : 3 = 12 : 4 = 3 : 1$

- 04 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 9$ cm, $\overline{AC} = 6$ cm 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 비는?

- ① 2 : 3 ☒ ② 3 : 2
 ④ 9 : 4 ⑤ 5 : 2

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 9 : 6 = 3 : 2$$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 는 높이가 같고 밑변의 길이의 비가 3 : 2이므로
 $\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$



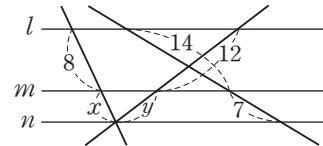
- 05 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

- ☒ ① 10 ② 11 ③ 12
 ④ 13 ⑤ 14

$$8 : x = 14 : 7, 14x = 56 \quad \therefore x = 4$$

$$14 : 7 = 12 : y, 14y = 84 \quad \therefore y = 6$$

$$\therefore x+y = 4+6 = 10$$

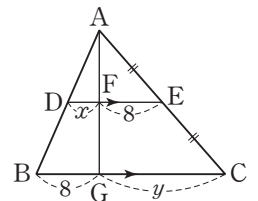


- 06 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 E는 $\overline{AC}$ 의 중점이고 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, xy 의 값을 구하시오. 64

$$\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{BG} \text{ 이므로 } x = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

$$\overline{GC} = 2\overline{FE} \text{ 이므로 } y = 2 \times 8 = 16$$

$$\therefore xy = 4 \times 16 = 64$$



07 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{AB}=14\text{ cm}$, $\overline{BC}=16\text{ cm}$,

$\overline{CA}=10\text{ cm}$ 이고 세 변의 중

점을 각각 D, E, F라 할 때,

$\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는?

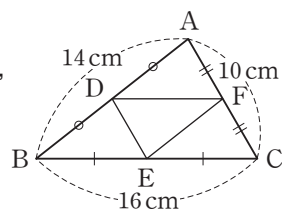
- ① 18 cm ② 19 cm ✓ ③ 20 cm

- ④ 21 cm ⑤ 22 cm

$$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm}), \overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm}),$$

$$\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$$

$$\therefore (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) = 5 + 7 + 8 = 20(\text{cm})$$



08 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC}$ 의 중점을 D, $\overline{AD}$ 의 삼등

분점을 각각 E, F라 하자.

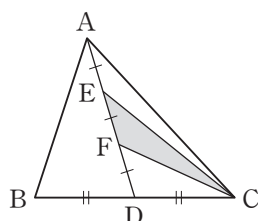
$\triangle ABC = 48\text{ cm}^2$ 일 때,

$\triangle CEF$ 의 넓이를 구하시오.

8 cm²

$$\triangle CEF = \frac{1}{3} \triangle ACD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{6} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{6} \times 48 = 8(\text{cm}^2)$$



09 오른쪽 그림에서 점 G, G'은

각각 $\triangle ABC$, $\triangle GBC$ 의 무

게중심이고 $\overline{AD} = 27\text{ cm}$ 일

때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?

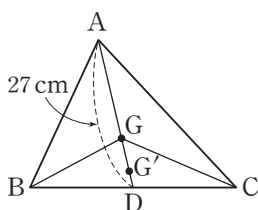
- ① 5 cm ✓ ② 6 cm ③ 7 cm

- ④ 8 cm ⑤ 9 cm

$$\overline{AD} : \overline{GD} = 3 : 1 \text{ 이므로 } \overline{GD} = \frac{1}{3} \overline{AD} = \frac{1}{3} \times 27 = 9(\text{cm})$$

$$\overline{GD} : \overline{GG'} = 3 : 2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{GG'} = \frac{2}{3} \overline{GD} = \frac{2}{3} \times 9 = 6(\text{cm})$$



10 오른쪽 그림에서 점 G가

$\triangle ABC$ 의 무게중심일 때,

$x + y$ 의 값은?

- ① 13 ② 15

- ③ 17 ✓ ④ 19

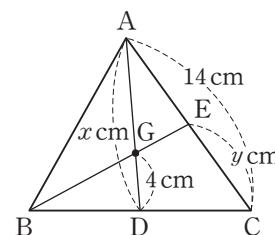
- ⑤ 21

$$\overline{AD} : \overline{GD} = 3 : 1 \text{ 이므로 } \overline{AD} : 4 = 3 : 1$$

$$\overline{AD} = 12(\text{cm}) \quad \therefore x = 12$$

$$\overline{CE} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm}) \text{ 이므로 } y = 7$$

$$\therefore x + y = 12 + 7 = 19$$



11 오른쪽 그림에서 점 G는

$\triangle ABC$ 의 무게중심이고

$\triangle ABC = 30\text{ cm}^2$ 일 때, 색칠

한 부분의 넓이는?

- ① 6 cm² ② 8 cm²

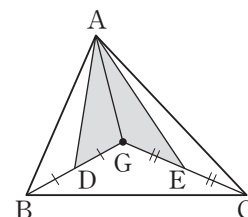
- ✓ ③ 10 cm² ④ 12 cm²

- ⑤ 14 cm²

$$\triangle GAD = \frac{1}{2} \triangle GAB = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{6} \times 30 = 5(\text{cm}^2)$$

$$\triangle GEA = \frac{1}{2} \triangle GCA = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{6} \times 30 = 5(\text{cm}^2)$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = 5 + 5 = 10(\text{cm}^2)$$



12 오른쪽 그림에서 점 G는

직각삼각형 ABC의 무게

중심이고 $\overline{AC} = 6\text{ cm}$,

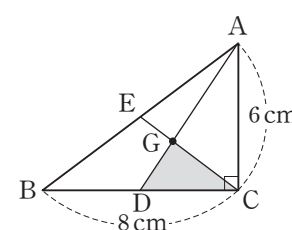
$\overline{BC} = 8\text{ cm}$ 일 때,

$\triangle GDC$ 의 넓이는?

- ✓ ① 4 cm² ② 5 cm²

- ④ 7 cm² ⑤ 8 cm²

$$\triangle GDC = \frac{1}{6} \triangle ABC = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 4(\text{cm}^2)$$





개념

17

피타고라스 정리

3 피타고라스 정리

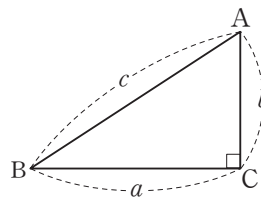
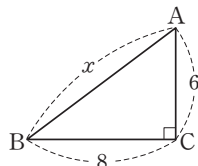
- (1) 피타고라스 정리: 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a , b 라 하고, 빗변의 길이를 c 라 하면 다음이 성립한다.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

예 오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서

$$x^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\therefore x = 10 (\because x > 0)$$



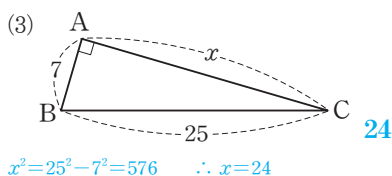
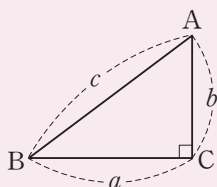
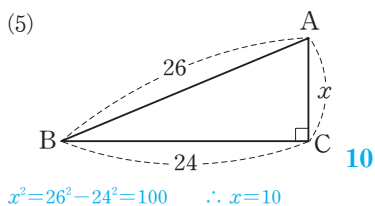
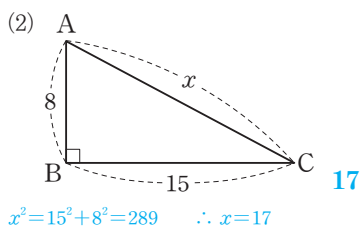
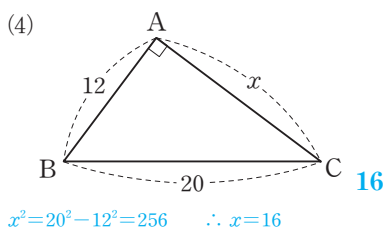
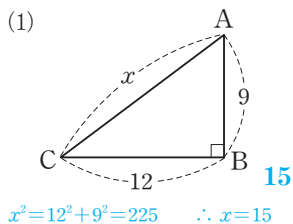
- (2) 피타고라스의 수: $a^2 + b^2 = c^2$ 을 만족시키는 세 자연수 a , b , c 를 피타고라스의 수라고 한다.

예 순서쌍 (a, b, c) 는 $(3, 4, 5)$, $(5, 12, 13)$, $(7, 24, 25)$, ...

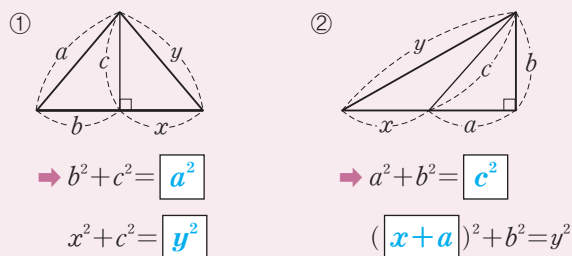
... 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 변의 길이 구하기

$\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서

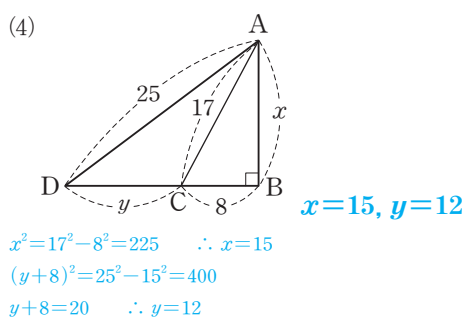
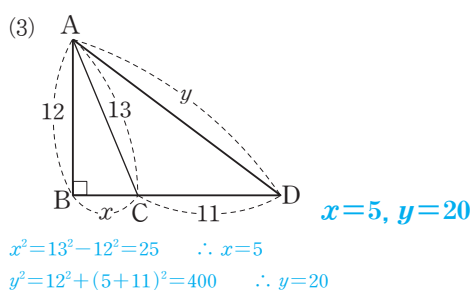
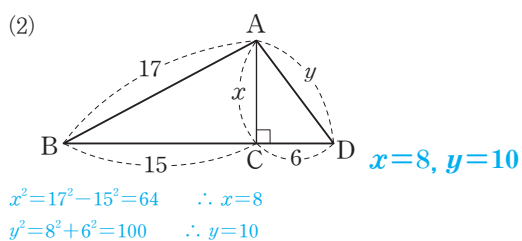
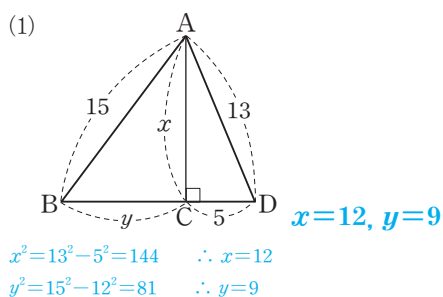
$$a^2 + b^2 = c^2$$

01 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.

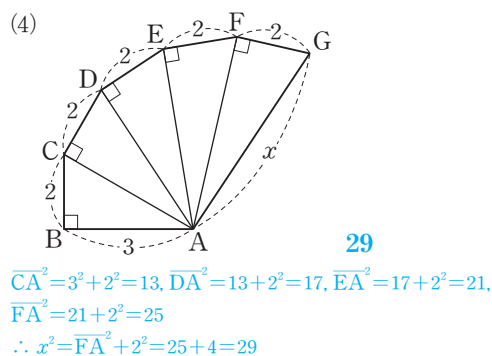
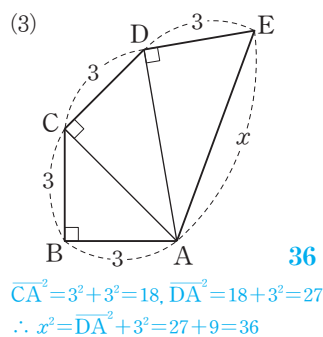
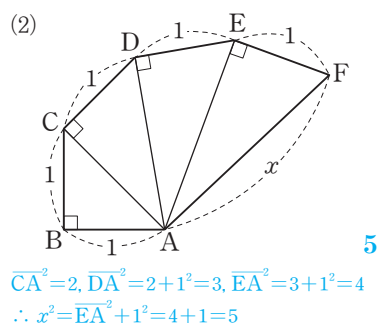
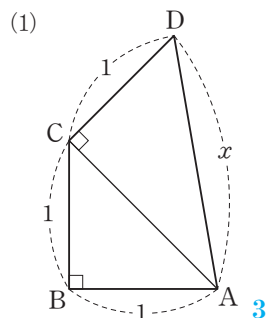
... 삼각형에서 피타고라스 정리 이용하기 ...



02 다음 그림에서 x , y 의 값을 각각 구하시오.



03 다음 그림에서 x^2 의 값을 구하시오.





18

피타고라스 정리의 증명 (1)

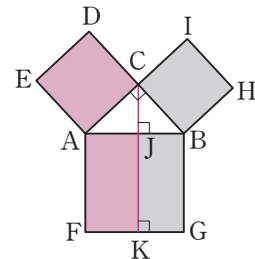
3 피타고라스 정리

직각삼각형에서 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 나머지 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합과 같다.

$$(1) \square AFG B = \square AFK J + \square JKGB = \square ACDE + \square BHIC$$

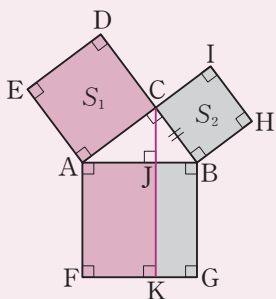
$$(2) \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

예 오른쪽 그림에서 $\square ACDE = 12$, $\square BHIC = 9$ 일 때,
 $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\square AFG B = 12 + 9 = 21$



넓이

직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 세 정사각형을 그리면

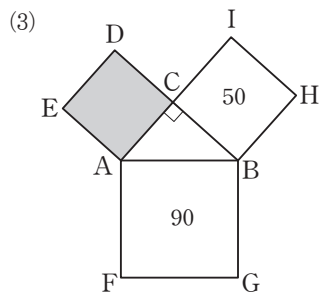


$$S_1 = \square ACDE = \square AFK J$$

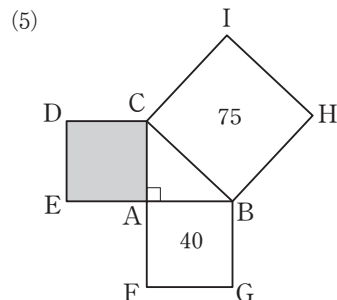
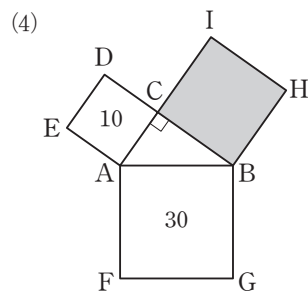
$$S_2 = \square BHIC = \square JKGB$$

$$\rightarrow \square AFG B = S_1 + S_2$$

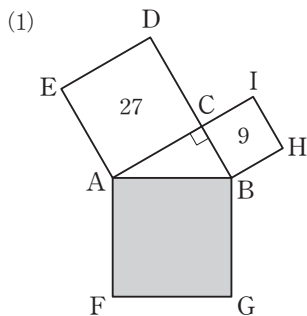
$$\rightarrow \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$



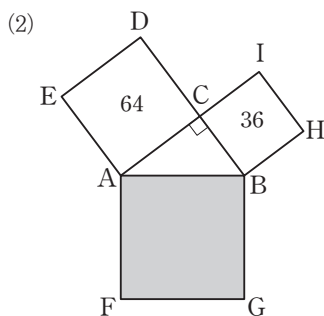
$$\square ACDE = \square AFG B - \square BHIC = 90 - 50 = 40$$



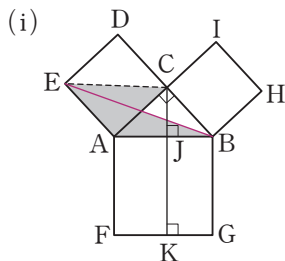
01 다음은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 세 정사각형을 그린 것이다. 두 정사각형 넓이를 이용하여 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



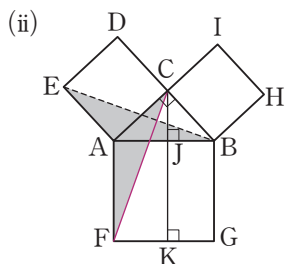
$$\square AFG B = \square ACDE + \square BHIC = 27 + 9 = 36$$



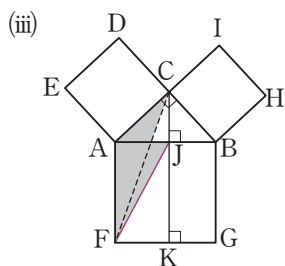
02 다음은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 세 정사각형에서 $\square EACD = \square AFKJ$ 임을 증명하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



$\overline{EA}$ 가 공통, $\overline{EA} \parallel \overline{DB}$ 이므로
 $\triangle EAC = \triangle \text{EAB}$



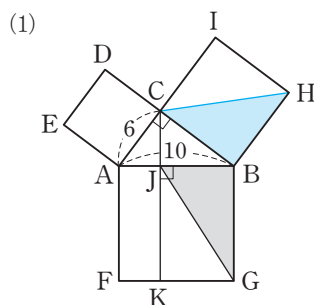
$\overline{EA} = \overline{CA}$, $\overline{AB} = \overline{AF}$,
 $\angle EAB = \angle CAF$
 $\therefore \triangle EAB \cong \triangle CAF$ (SAS 합동)
 $\therefore \triangle EAB = \triangle CAF$



$\overline{AF}$ 가 공통, $\overline{AF} \parallel \overline{CK}$ 이므로
 $\triangle CAF = \triangle JAF$

(i)~(iii)에 의하여 $\triangle EAC = \triangle JAF$
 $\therefore \square EACD = 2\triangle EAC = 2\triangle JAF = \square AFKJ$

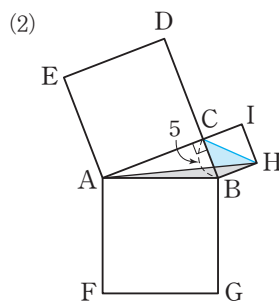
03 다음은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



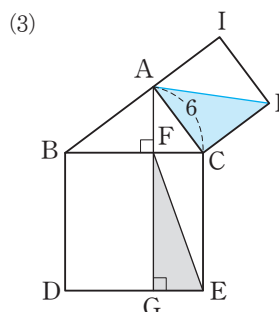
32

$$\overline{BC}^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \text{ 이므로 } \overline{BC} = 8$$

$$\triangle GBJ = \triangle GBC = \triangle ABH = \triangle CBH = \frac{1}{2} \times 8^2 = 32$$

 $\frac{25}{2}$

$$\triangle ABH = \triangle CBH = \frac{1}{2} \times 5^2 = \frac{25}{2}$$



18

$$\triangle FGE = \triangle ECF = \triangle ACH = \frac{1}{2} \times 6^2 = 18$$



19

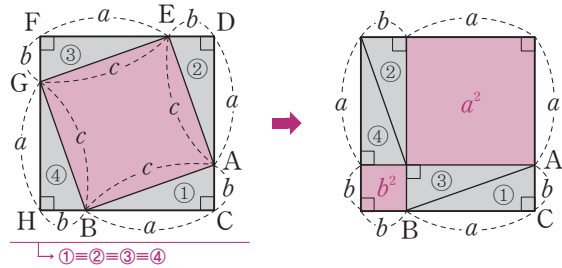
피타고라스 정리의 증명 (2)

3 피타고라스 정리

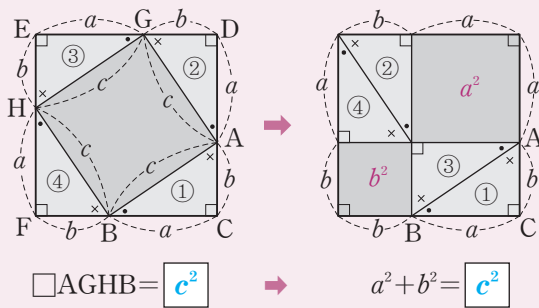
직각삼각형 ABC에서 두 변 AC, BC를 연장하여 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 CDFH를 만들면

- (1) $\triangle ABC \cong \triangle EAD \cong \triangle GEF \cong \triangle BGH$ (SAS 합동)
- (2) $\square AEGB$ 의 넓이는 한 변의 길이가 각각 a, b 인 두 정사각형의 넓이의 합과 같다.

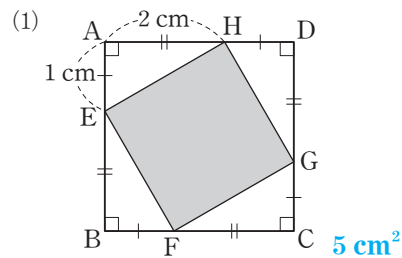
$$\rightarrow c^2 = a^2 + b^2$$



넓이 (1)

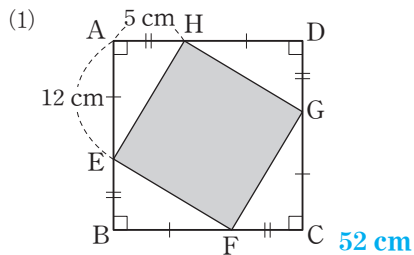


02 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이고 4개의 직각삼각형은 모두 합동일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

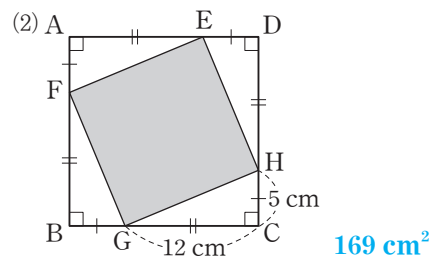


$$\begin{aligned} \overline{EH}^2 &= 1^2 + 2^2 = 5 \\ \therefore \square EFGH &= \overline{EH}^2 = 5(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

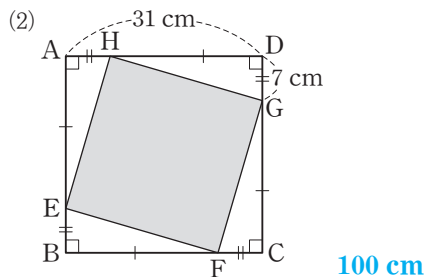
01 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이고 4개의 직각삼각형은 모두 합동일 때, $\square EFGH$ 의 둘레의 길이를 구하시오.



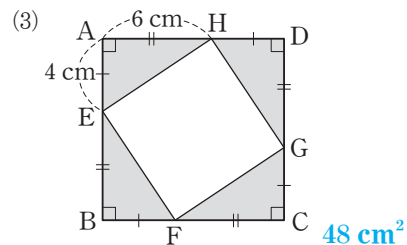
$$\begin{aligned} \overline{EH}^2 &= 5^2 + 12^2 = 169 \text{ 이므로 } \overline{EH} = 13(\text{cm}) \\ \therefore (\square EFGH \text{의 둘레의 길이}) &= 13 \times 4 = 52(\text{cm}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \overline{GH}^2 &= 12^2 + 5^2 = 169 \\ \therefore \square EFGH &= \overline{GH}^2 = 169(\text{cm}^2) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \overline{HD} &= 31 - 7 = 24(\text{cm}), \overline{HG}^2 = 7^2 + 24^2 = 625 \text{ 이므로 } \overline{HG} = 25(\text{cm}) \\ \therefore (\square EFGH \text{의 둘레의 길이}) &= 25 \times 4 = 100(\text{cm}) \end{aligned}$$



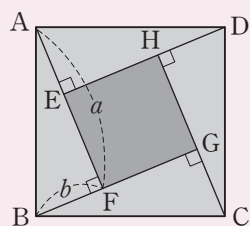
$$\begin{aligned} \square ABCD &= (4+6)^2 = 100(\text{cm}^2), \\ \square EFGH &= \overline{EH}^2 = 6^2 + 4^2 = 52(\text{cm}^2) \\ \therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= 100 - 52 = 48(\text{cm}^2) \\ \text{[다른 풀이]} \\ (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= 4 \triangle AEH = 4 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 48(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

넓이 (2)

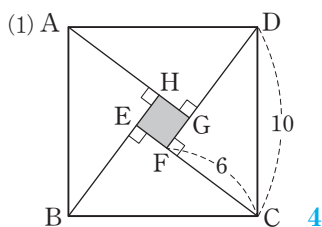
$$\triangle ABF \equiv \triangle BCG \equiv \triangle CDH \\ \equiv \triangle DAE$$

→ $\square EFGH$ 는 정사각형

→ $\square EFGH = (a-b)^2$



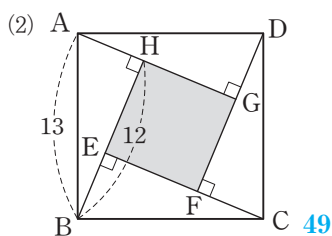
03 다음 그림은 합동인 4개의 직각삼각형을 이용하여 정사각형을 만든 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



$$\overline{DF}^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \quad \therefore \overline{DF} = 8$$

$$\overline{FG} = \overline{DF} - \overline{DG} = 8 - 6 = 2 \text{ | } \text{따라서}$$

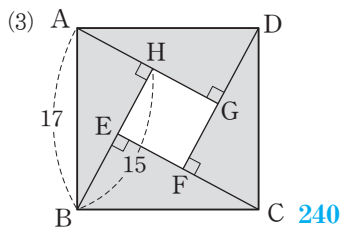
$$\square EFGH = 2^2 = 4$$



$$\overline{AH}^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \quad \therefore \overline{AH} = 5$$

$$\overline{GH} = \overline{AG} - \overline{AH} = 12 - 5 = 7 \text{ | } \text{따라서}$$

$$\square EFGH = 7^2 = 49$$



$$\overline{AH} = 8, \overline{GH} = 15 - 8 = 7$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \square ABCD - \square EFGH = 17^2 - 7^2 = 240$$

[다른 풀이]

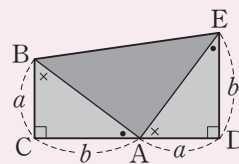
$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = 4 \triangle ABH = 4 \times \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 240$$

넓이 (3)

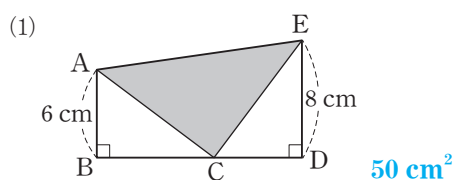
$$\triangle ABC \equiv \triangle EAD$$

→ $\overline{AB} = \overline{AE}$, $\angle BAE = 90^\circ$

→ $\triangle AEB = \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$



04 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동인 직각삼각형이고, 세 점 B, C, D는 일직선 위에 있을 때, $\triangle ACE$ 의 넓이를 구하시오.

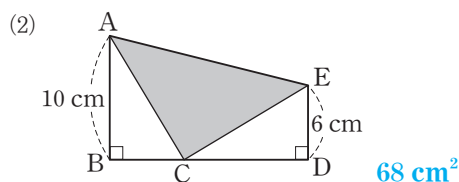


$$\overline{BC} = \overline{DE} = 8 \text{ cm | } \text{직각삼각형 ABC에서}$$

$$\overline{AC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \quad \therefore \overline{AC} = 10(\text{cm})$$

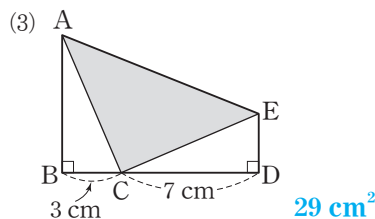
$$\triangle ACE \text{는 직각이등변삼각형이므로}$$

$$\triangle ACE = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50(\text{cm}^2)$$



$$\overline{BC} = \overline{DE} = 6 \text{ cm | } \text{고, } \overline{AC}^2 = 10^2 + 6^2 = 136$$

$$\therefore \triangle ACE = \frac{1}{2} \overline{AC}^2 = \frac{1}{2} \times 136 = 68(\text{cm}^2)$$



$$\overline{AB} = \overline{CD} = 7 \text{ cm | } \text{고, } \overline{AC}^2 = 3^2 + 7^2 = 58$$

$$\therefore \triangle ACE = \frac{1}{2} \overline{AC}^2 = \frac{1}{2} \times 58 = 29(\text{cm}^2)$$



개념

20

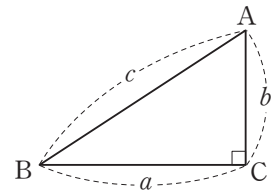
직각삼각형이 될 조건

3 피타고라스 정리

삼각형의 세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 인 관계가 성립하면 이 삼각형은 c 를 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.

즉, $\triangle ABC$ 에서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 $\angle C = 90^\circ$ 이다.

예 세 변의 길이가 3, 4, 5인 삼각형은 $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ 이 성립하므로 빗변의 길이가 5인 직각삼각형이다.



직각삼각형 찾기

$\triangle ABC$ 에서

(가장 긴 변의 길이의 제곱)

= (나머지 두 변의 길이의 제곱의 **합**)

→ $\triangle ABC$ 는 **직각삼각형**이다.

01 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형이 직각삼각형인 것은 ○표, 아닌 것은 ×표 하시오.

(1) 2, 3, 4 (×)

$4^2 \neq 2^2 + 3^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

(2) $2, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ (○)

$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = 2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$ 이므로 직각삼각형이다.

(3) 4, 5, 6 (×)

$6^2 \neq 4^2 + 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

(4) 7, 24, 25 (○)

$25^2 = 7^2 + 24^2$ 이므로 직각삼각형이다.

(5) 2.5, 6, 6.5 (○)

$6.5^2 = 2.5^2 + 6^2$ 이므로 직각삼각형이다.

(6) 4, 6, 8 (×)

$8^2 \neq 4^2 + 6^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

(7) 3, 5, 7 (×)

$7^2 \neq 3^2 + 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

(8) 9, 12, 15 (○)

$15^2 = 9^2 + 12^2$ 이므로 직각삼각형이다.

(9) 7, 8, 10 (×)

$10^2 \neq 7^2 + 8^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

(10) 8, 15, 17 (○)

$17^2 = 8^2 + 15^2$ 이므로 직각삼각형이다.

(11) 12, 16, 20 (○)

$20^2 = 12^2 + 16^2$ 이므로 직각삼각형이다.

02 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하시오.

(단, 가장 긴 변의 길이가 x 이다.)

(1) 5, 12, x **13**

$x^2 = 5^2 + 12^2$ 이어야 하므로

$x^2 = 169 \quad \therefore x = 13$

(2) 7, 24, x **25**

$x^2 = 7^2 + 24^2$ 이어야 하므로

$x^2 = 625 \quad \therefore x = 25$

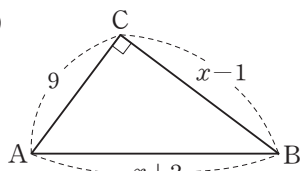
(3) 12, 16, x **20**

$x^2 = 12^2 + 16^2$ 이어야 하므로

$x^2 = 400 \quad \therefore x = 20$

03 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 가 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값에 $\bigcirc$ 표 하시오.

(1)

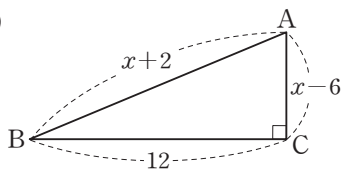


$(x+2)^2 = 9^2 + (x-1)^2$ 이어야 한다.

$x = 13$ 일 때 $15^2 = 9^2 + 12^2$

12 **13** 14

(2)

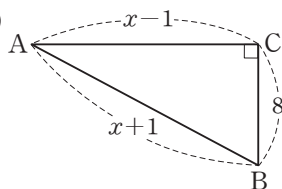


$(x+2)^2 = 12^2 + (x-6)^2$ 이어야 한다.

$x = 11$ 일 때 $13^2 = 12^2 + 5^2$

11 12 13

(3)



$(x+1)^2 = 8^2 + (x-1)^2$ 이어야 한다.

$x = 16$ 일 때 $17^2 = 8^2 + 15^2$

14 15 **16**

... 04 삼각형의 변의 길이와 각의 크기 사이의 관계

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$ 이고 c 가 가장 긴 변의 길이일 때

① $a^2 + b^2 > c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 **예각** 삼각형이다.

② $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 **직각** 삼각형이다.

③ $a^2 + b^2 < c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 **둔각** 삼각형이다.

04 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형이 예각삼각형이면 ‘예’, 직각삼각형이면 ‘직’, 둔각삼각형이면 ‘둔’을 () 안에 써넣으시오.

(1) 4, 6, 7

$4^2 + 6^2 > 7^2$

(**예**)

(2) 6, 8, 10

$6^2 + 8^2 = 10^2$

(**직**)

(3) 6, 6, 9

$6^2 + 6^2 < 9^2$

(**둔**)

(4) 7, 22, 24

$7^2 + 22^2 < 24^2$

(**둔**)

(5) 9, 15, 17

$9^2 + 15^2 > 17^2$

(**예**)

(6) 15, 20, 25

$15^2 + 20^2 = 25^2$

(**직**)



21

직각삼각형에서의 피타고라스 정리의 활용

3 피타고라스 정리

(1) 직각삼각형의 닮음을 이용한 성질

삼각형 ABC에서 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때,

① $\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$$\rightarrow c^2 = ax, b^2 = ay, h^2 = xy$$

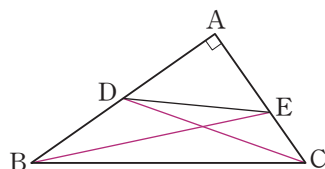
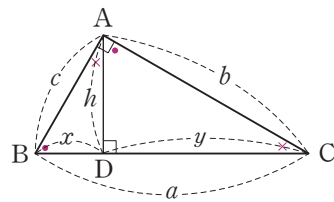
② $\triangle ABC$, $\triangle DAC$, $\triangle DBA$ 는 직각삼각형이므로

$$\rightarrow a^2 = b^2 + c^2, b^2 = h^2 + y^2, c^2 = x^2 + h^2$$

(2) 피타고라스 정리를 이용한 직각삼각형의 성질

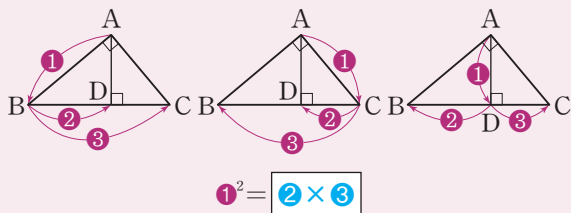
$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 위에 각각 두 점 D, E가 있을 때,

$$\rightarrow \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$$

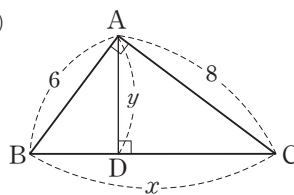


직각삼각형의 닮음을 이용한 성질

$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서



(4)

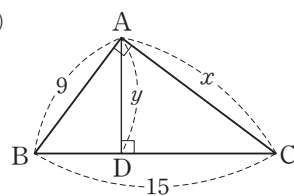


$$x=10, y=\frac{24}{5}$$

$$x^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \quad \therefore x=10$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times x \times y, 5y=24 \quad \therefore y=\frac{24}{5}$$

(5)

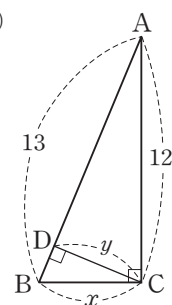


$$x=12, y=\frac{36}{5}$$

$$x^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \quad \therefore x=12$$

$$\frac{1}{2} \times 9 \times x = \frac{1}{2} \times 15 \times y \quad \therefore y=\frac{36}{5}$$

(6)



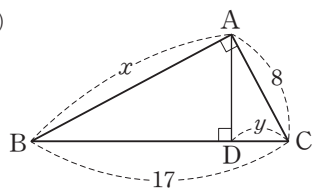
$$x=5, y=\frac{60}{13}$$

$$x^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \quad \therefore x=5$$

$$\frac{1}{2} \times x \times 12 = \frac{1}{2} \times 13 \times y \quad \therefore y=\frac{60}{13}$$

01 다음 그림에서 x, y 의 값을 각각 구하시오.

(1)

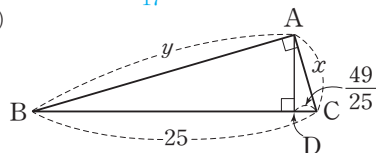


$$x=15, y=\frac{64}{17}$$

$$x^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \quad \therefore x=15$$

$$8^2 = 17y \quad \therefore y=\frac{64}{17}$$

(2)

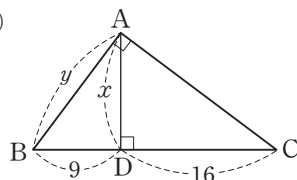


$$x=7, y=24$$

$$x^2 = \frac{49}{25} \times 25 = 49 \quad \therefore x=7$$

$$y^2 = 25^2 - 7^2 = 576 \quad \therefore y=24$$

(3)



$$x=12, y=15$$

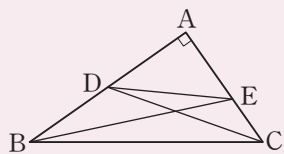
$$x^2 = 9 \times 16 = 144 \quad \therefore x=12$$

$$y^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \quad \therefore y=15$$

... 피타고라스 정리를 이용한 직각삼각형의 성질

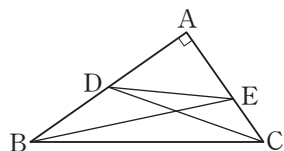
$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 위에
각각 두 점 D, E가 있을 때,
 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$$= \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$$



02 다음은 $\angle A = 90^\circ$ 인
직각삼각형 ABC에서
 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 위에 각각 두 점
D, E가 있을 때,
 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$

임을 증명한 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



$\triangle ABE$, $\triangle ADC$, $\triangle ADE$, $\triangle ABC$ 는 모두 직
각삼각형이다.

$$\triangle ABE \text{에서 } \overline{BE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2$$

$$\triangle ADC \text{에서 } \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AC}^2$$

$$\triangle ADE \text{에서 } \overline{DE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AE}^2$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$$

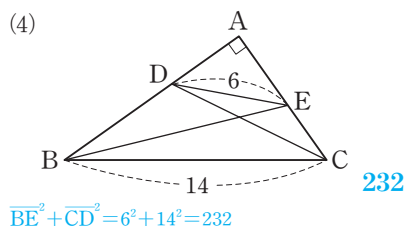
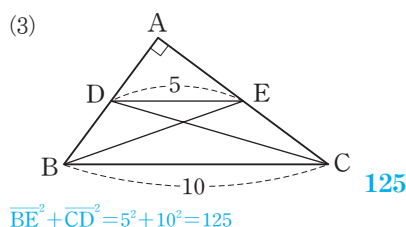
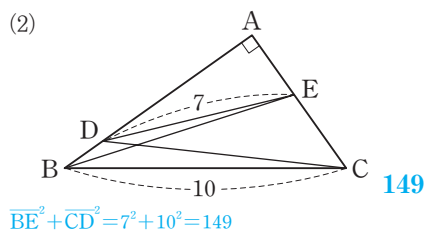
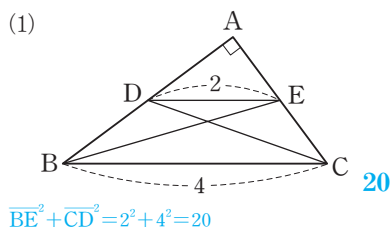
$$= (\overline{AB}^2 + \overline{AE}^2) + (\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2)$$

$$= (\overline{AD}^2 + \overline{AE}^2) + (\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2)$$

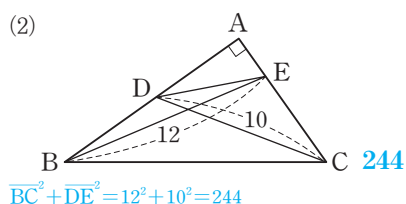
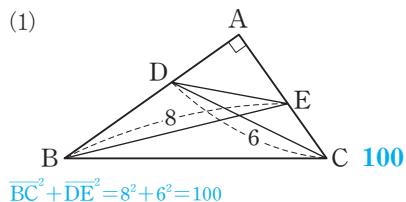
$$= \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$$

$$\therefore \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$$

03 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 의
값을 구하시오.



04 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$ 의
값을 구하시오.





22

사각형에서의 피타고라스 정리의 활용

3 피타고라스 정리

- (1) 사각형 ABCD에서 두 대각선이 직교할 때, 즉 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때,

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$$

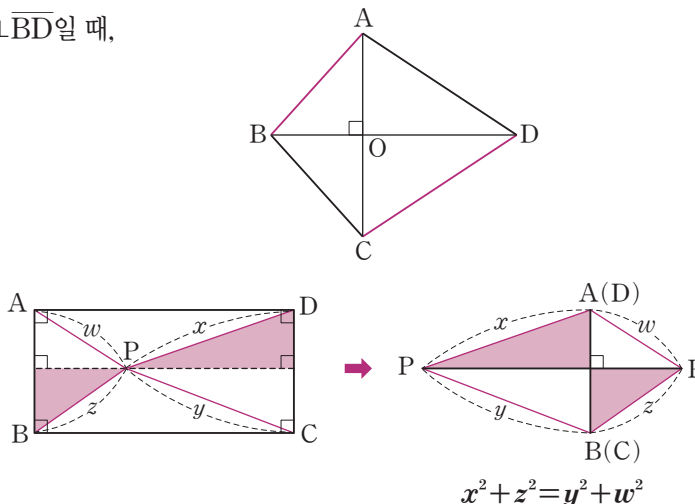
참고 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = (\overline{BO}^2 + \overline{AO}^2) + (\overline{CO}^2 + \overline{DO}^2)$
 $= (\overline{AO}^2 + \overline{DO}^2) + (\overline{BO}^2 + \overline{CO}^2)$
 $= \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$

주의 두 대각선이 직교하는 경우에만 성립한다.

- (2) 직사각형 ABCD의 내부에 있는 임의의 점 P에 대하여

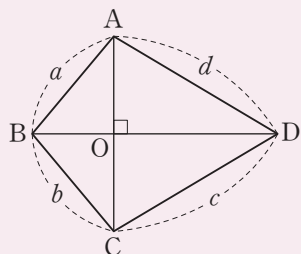
$$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$$

주의 직사각형에서만 성립한다.



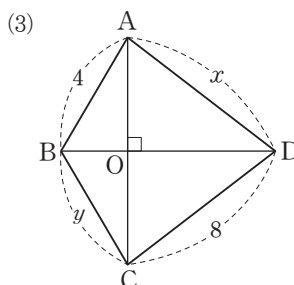
$$x^2 + z^2 = y^2 + w^2$$

... 두 대각선이 직교하는 사각형의 성질 ...



두 대각선이 직교할 때

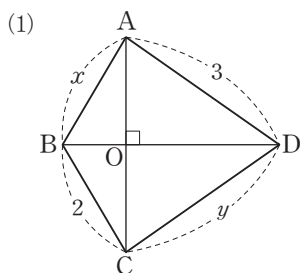
$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$



$$x^2 + y^2 = 4^2 + 8^2 = 80$$

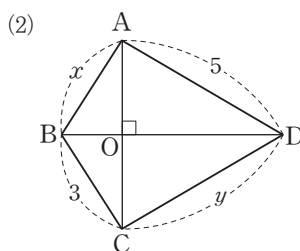
80

01 다음 그림에서 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.



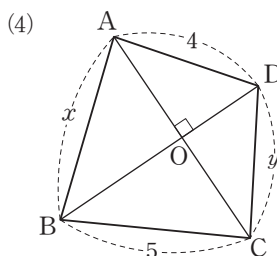
$$x^2 + y^2 = 2^2 + 3^2 = 13$$

13



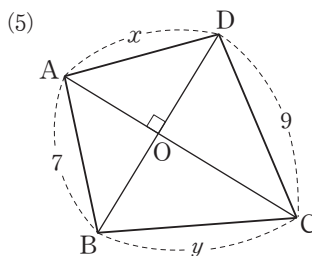
$$x^2 + y^2 = 3^2 + 5^2 = 34$$

34



$$x^2 + y^2 = 4^2 + 5^2 = 41$$

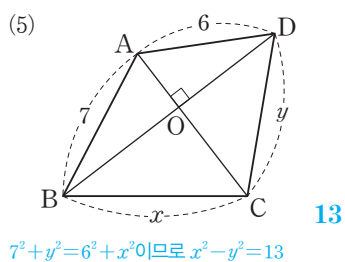
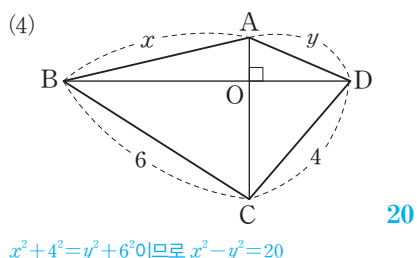
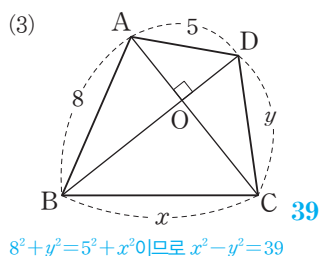
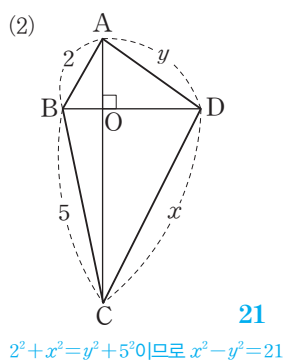
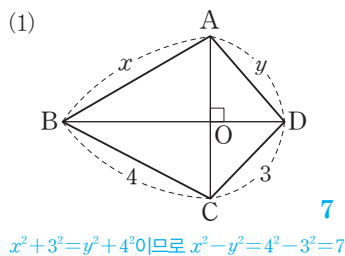
41



$$x^2 + y^2 = 7^2 + 9^2 = 130$$

130

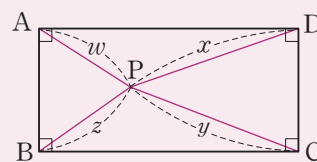
02 다음 그림에서 $x^2 - y^2$ 의 값을 구하시오.



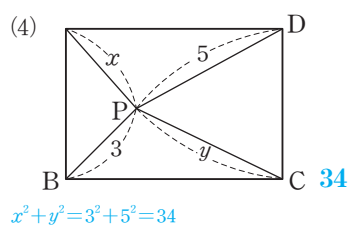
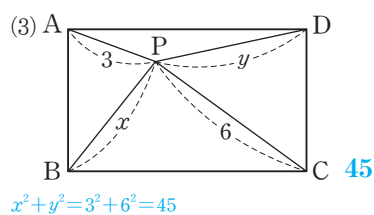
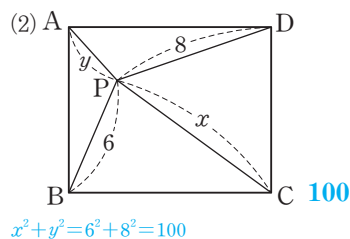
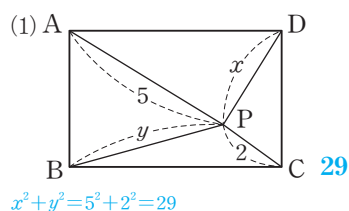
... **피타고라스 정리를 이용한 직사각형의 성질** ...

직사각형 ABCD의 내부에
있는 임의의 점 P에 대하여

$$x^2 + z^2 = y^2 + w^2$$



03 다음 그림에서 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.





23

직각삼각형의 세 반원 사이의 관계

3 피타고라스 정리

- (1) 직각삼각형의 세 반원 사이의 관계: 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 이라 할 때, $P+Q=R$

예 오른쪽 그림에서 $P=6\pi, Q=9\pi$ 이면 $R=6\pi+9\pi=15\pi$

참고 $P+Q=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{1}{4}\overline{AB}^2+\frac{1}{4}\overline{AC}^2\right)=\frac{1}{8}\pi(\overline{AB}^2+\overline{AC}^2)=\frac{1}{8}\pi\overline{BC}^2=R$

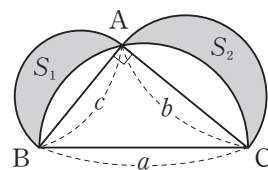
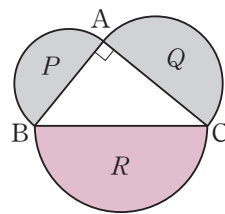
- (2) 히포크라테스의 원의 넓이: 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원에서

$$S_1+S_2=\triangle ABC=\frac{1}{2}bc$$

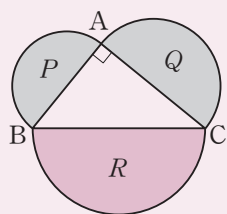
예 오른쪽 그림에서 $b=4, c=3$ 이면

$$S_1+S_2=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6$$

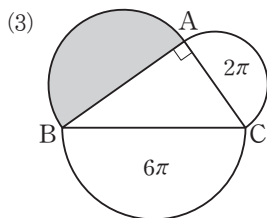
참고 $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$ 를 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 이라 하면 $S_1+S_2=P+Q+\triangle ABC-R=\triangle ABC$



직각삼각형의 세 반원 사이의 관계



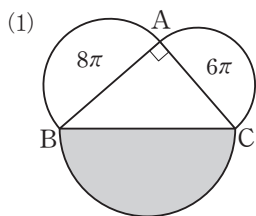
$$P+Q=R$$



$$6\pi-2\pi=4\pi$$

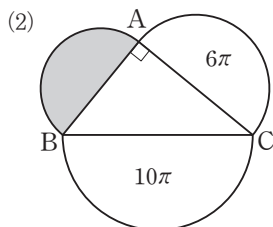
$$4\pi$$

- 01 다음은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



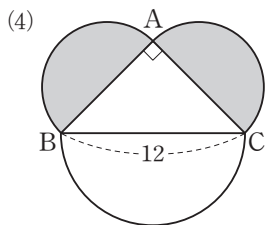
$$8\pi+6\pi=14\pi$$

$$14\pi$$



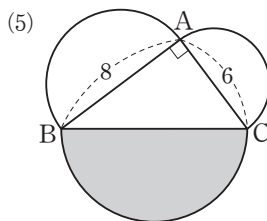
$$10\pi-6\pi=4\pi$$

$$4\pi$$



$$\frac{1}{2}\times\pi\times 6^2=18\pi$$

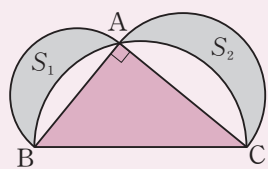
$$18\pi$$



$$\frac{1}{2}\times\pi\times 4^2+\frac{1}{2}\times\pi\times 3^2=8\pi+\frac{9}{2}\pi=\frac{25}{2}\pi$$

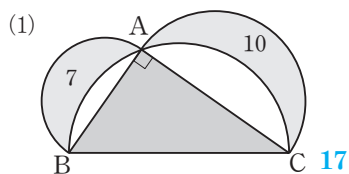
$$\frac{25}{2}\pi$$

... **히포크라테스의 원의 넓이** ...

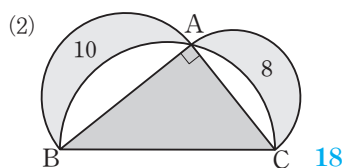


$$\triangle ABC = S_1 + S_2$$

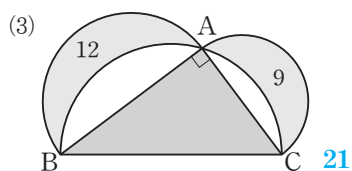
02 다음은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 반원을 그린 것이다. $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.



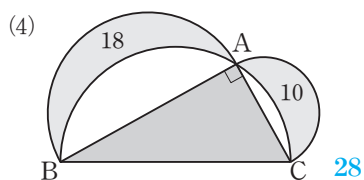
$$\triangle ABC = 7 + 10 = 17$$



18

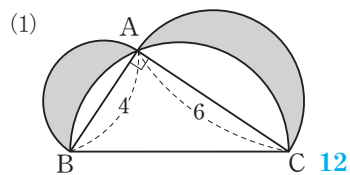


21

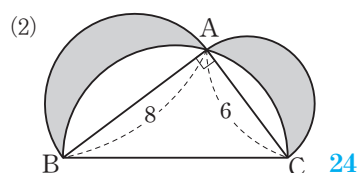


28

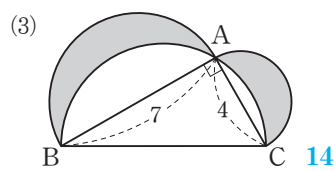
03 다음은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



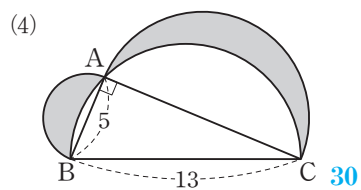
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$



$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$



$$\frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14$$



$$\overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \quad \therefore \overline{AC} = 12$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$$

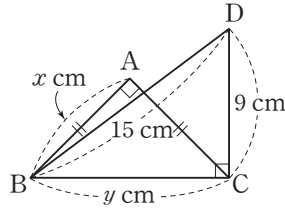


내신 도전

- 01 오른쪽 그림에서 $\angle A = 90^\circ$,
 $\angle BCD = 90^\circ$ 이고
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, $y^2 - x^2$ 의
 값은?

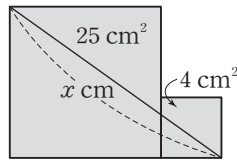
- ① 60 ② 70
 ✓ ③ 72 ④ 75
 ⑤ 80

$\triangle DBC$ 에서 $y^2 = 15^2 - 9^2 = 144$
 $\triangle ABC$ 에서 $x^2 + x^2 = y^2$
 $2x^2 = 144 \quad \therefore x^2 = 72$
 $\therefore y^2 - x^2 = 144 - 72 = 72$



- 02 오른쪽 그림과 같이 넓이가 각각
 4 cm^2 , 25 cm^2 인 두 정사각형
 을 이어 붙였을 때, x^2 의 값을 구
 하시오. 74

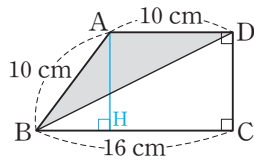
넓이가 25 cm^2 인 정사각형의 한 변의 길이는 5 cm 이고,
 넓이가 4 cm^2 인 정사각형의 한 변의 길이는 2 cm 이므로
 $x^2 = (5+2)^2 + 5^2 = 74$



- 03 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴
 $ABCD$ 에서 $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$,
 $\overline{BC} = 16 \text{ cm}$, $\overline{AD} = 10 \text{ cm}$
 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?

- ① 36 cm^2 ② 38 cm^2 ✓ ③ 40 cm^2
 ④ 42 cm^2 ⑤ 44 cm^2

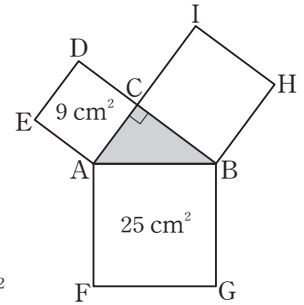
꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\overline{BH} = 16 - 10 = 6(\text{cm})$
 $\overline{AH}^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \quad \therefore \overline{AH} = 8(\text{cm})$
 $\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40(\text{cm}^2)$



- 04 오른쪽 그림은 직각삼각형
 ABC 의 각 변을 한 변으로
 하는 정사각형을 그린 것이
 다. $\square ACDE = 9 \text{ cm}^2$,
 $\square AFG B = 25 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 14 cm^2 ② 12 cm^2
 ③ 10 cm^2 ④ 8 cm^2
 ✓ ⑤ 6 cm^2

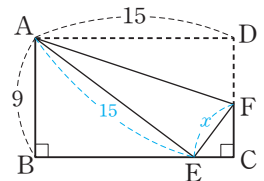
$25 = 9 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\overline{BC}^2 = 16 \quad \therefore \overline{BC} = 4(\text{cm})$
 $\square ACDE = 9 \text{ cm}^2$ 에서 $\overline{AC} = 3 \text{ cm}$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(\text{cm}^2)$



- 05 오른쪽 그림과 같은 직사각형
 $ABCD$ 를 $\overline{AF}$ 를 접는 선으로
 하여 꼭짓점 D가 $\overline{BC}$ 위의 점
 E에 오도록 접을 때, $\overline{EF}$ 의 길
 이는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ✓ ④ 5 ⑤ 6

직각삼각형 ABE에서 $\overline{AE} = \overline{AD} = 15$ 이므로
 $\overline{BE}^2 = 15^2 - 9^2 = 144, \overline{BE} = 12 \quad \therefore \overline{EC} = 15 - 12 = 3$
 $\triangle ABE \sim \triangle ECF$ (AA 닮음)이고, 닮음비는
 $\overline{AB} : \overline{EC} = 9 : 3 = 3 : 1$
 $\overline{EF} = x$ 라 하면 $15 : x = 3 : 1, 3x = 15 \quad \therefore x = 5$



- 06 길이가 각각 4 cm , 7 cm , $x \text{ cm}$ 인 세 막대로 직각삼각형
 을 만들려고 할 때, 가능한 x 의 값에 대하여 x^2 의 합을 구
 하시오. (단, 막대의 굵기는 생각하지 않는다.) 98

(i) 가장 긴 막대의 길이가 7 cm 일 때
 $4^2 + x^2 = 7^2 \quad \therefore x^2 = 33$
 (ii) 가장 긴 막대의 길이가 $x \text{ cm}$ 일 때
 $4^2 + 7^2 = x^2 \quad \therefore x^2 = 65$
 (i), (ii)에서 구하는 합은 $33 + 65 = 98$

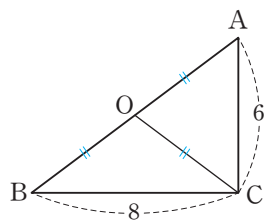
07 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형 중에서 둔각삼각형인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ✓ ① 2 cm, 3 cm, 4 cm ② 3 cm, 6 cm, 6 cm
 ③ 4 cm, 5 cm, 6 cm ✓ ④ 6 cm, 8 cm, 12 cm
 ⑤ 8 cm, 15 cm, 17 cm
- ① $4^2 > 2^2 + 3^2$ ∴ 둔각삼각형
 ② $6^2 < 3^2 + 6^2$ ∴ 예각삼각형
 ③ $6^2 < 4^2 + 5^2$ ∴ 예각삼각형
 ④ $12^2 > 6^2 + 8^2$ ∴ 둔각삼각형
 ⑤ $17^2 = 8^2 + 15^2$ ∴ 직각삼각형

08 오른쪽 그림에서 점 O가 직각삼각형 ABC의 외심일 때, $\overline{OC}$ 의 길이는?

- ① 4 ✓ ② 5
 ③ 6 ④ 7
 ⑤ 8

$\overline{AB}^2 = 8^2 + 6^2 = 100$ ∴ $\overline{AB} = 10$
 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로
 $\overline{OC} = \overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 5$



09 오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 25$ cm, $\overline{BC} = 15$ cm일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\overline{AD}$ 의 길이 **16 cm**

(2) $\triangle CAD$ 의 둘레의 길이 **48 cm**

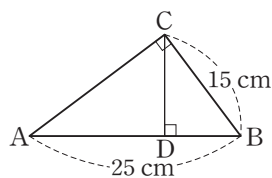
(1) $\overline{AC}^2 = 25^2 - 15^2 = 400$ 이므로 $\overline{AC} = 20$ (cm)

$\overline{AC}^2 = \overline{AD} \times \overline{AB}$ 이므로 $20^2 = \overline{AD} \times 25$
 ∴ $\overline{AD} = 16$ (cm)

(2) $\overline{CD}^2 = \overline{AD} \times \overline{BD} = 16 \times (25 - 16) = 144$

∴ $\overline{CD} = 12$ (cm)

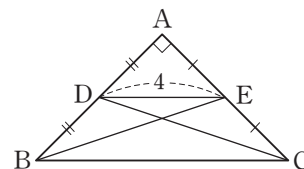
따라서 $\triangle CAD$ 의 둘레의 길이는 $20 + 16 + 12 = 48$ (cm)



10 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, 두 점 D, E는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\overline{BE}^2$ 의 값은?

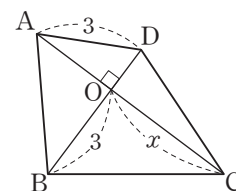
- ✓ ① 40 ② 45 ③ 50
 ④ 55 ⑤ 60

$\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{AE} = \overline{EC}$ 이므로 $\overline{BC} = 2\overline{DE} = 8$
 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 에서 $\overline{BE} = \overline{CD}$ 이므로
 $4^2 + 8^2 = 2\overline{BE}^2$, $80 = 2\overline{BE}^2$ ∴ $\overline{BE}^2 = 40$



11 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = 34$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, x 의 값을 구하시오. **4**

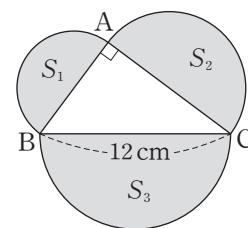
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 에서
 $34 = 3^2 + \overline{BC}^2$ ∴ $\overline{BC} = 5$
 $\triangle OBC$ 에서 $x^2 = 5^2 - 3^2 = 16$ ∴ $x = 4$



12 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{BC} = 12$ cm인 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 이라 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 은?

- ① 15π cm² ② 25π cm² ✓ ③ 36π cm²
 ④ 40π cm² ⑤ 49π cm²

$S_3 = \frac{1}{2} \pi \times 6^2 = 18\pi$, $S_1 + S_2 = S_3$ 이므로
 $S_1 + S_2 + S_3 = 2S_3 = 2 \times 18\pi = 36\pi$ (cm²)



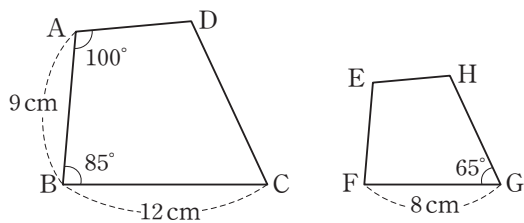


대단원 평가

01 다음 중 항상 서로 닮은 도형이 아닌 것은?

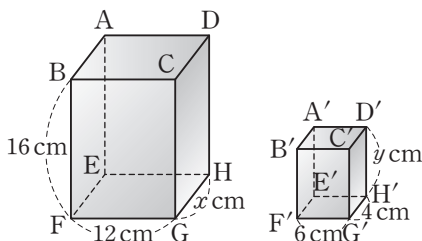
- ① 두 정삼각형 ✓② 두 마름모
③ 두 정육면체 ④ 두 원
⑤ 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴

02 아래 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① $\angle C = 60^\circ$ ✓② $\angle H = 110^\circ$
✓③ $\overline{EF} = 6 \text{ cm}$ ④ $\overline{CD} : \overline{GH} = 4 : 3$
⑤ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는 2 : 3이다.
① $\angle C = \angle G = 65^\circ$
④ $\overline{CD} : \overline{GH} = \overline{BC} : \overline{FG} = 12 : 8 = 3 : 2$
⑤ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는 $12 : 8 = 3 : 2$ 이다.

03 다음 두 직육면체가 서로 닮은 도형일 때, $x+y$ 의 값은?



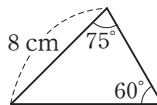
- ① 14 ② 15 ✓③ 16
④ 18 ⑤ 20
두 직육면체의 닮음비는 $12 : 6 = 2 : 1$ 이므로
 $x : 4 = 2 : 1 \quad \therefore x = 8$
 $16 : y = 2 : 1 \quad \therefore y = 8$
 $\therefore x + y = 8 + 8 = 16$

04 두 정육면체의 겉넓이의 비가 25 : 36이고, 작은 정육면체의 부피가 500 cm^3 일 때, 큰 정육면체의 부피는?

- ① 600 cm^3 ② 625 cm^3 ✓③ 864 cm^3
④ 900 cm^3 ⑤ 1000 cm^3

두 정육면체는 항상 서로 닮은 도형이고 겉넓이의 비가 $5^2 : 6^2$ 이므로
두 정육면체의 닮음비는 5 : 6이다.
두 정육면체의 부피의 비는 $5^3 : 6^3 = 125 : 216$ 이므로
 $125 : 216 = 500 : x, 125x = 108000 \quad \therefore x = 864(\text{cm}^3)$

05 다음 중 오른쪽 그림의 삼각형과 서로 닮은 것은?

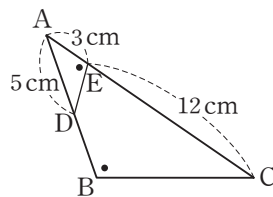


- ① 5 cm, 6 cm, 7 cm ✓② 6 cm, 6 cm, 7 cm
③ 6 cm, 7 cm, 4 cm ④ 8 cm, 6 cm, 6 cm
⑤ 6 cm, 7 cm, 6 cm

② 주어진 삼각형의 한 내각의 크기를 구하면 75° 이므로 AA 닮음이다.

06 오른쪽 그림에서

$\angle ABC = \angle AED$ 이고
 $\overline{AD} = 5 \text{ cm}, \overline{AE} = 3 \text{ cm},$
 $\overline{EC} = 12 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{DB}$ 의 길이는?



- ① 3 cm ✓② 4 cm ③ 5 cm
④ 6 cm ⑤ 7 cm

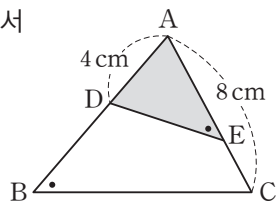
$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AC} : \overline{AD} = 15 : 5 = 3 : 1$
이므로 $(5 + \overline{DB}) : 3 = 3 : 1, 5 + \overline{DB} = 9$
 $\therefore \overline{DB} = 4 (\text{cm})$

07 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서

$\angle ABC = \angle AED$ 이고

$\triangle ABC = 48 \text{ cm}^2$ 일 때,

$\triangle ADE$ 의 넓이는?



✓ ① 12 cm^2 ② 15 cm^2 ③ 18 cm^2

④ 21 cm^2 ⑤ 24 cm^2

$\triangle ADE \sim \triangle ACB$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $\overline{AD} : \overline{AC} = 4 : 8 = 1 : 2$ 이므로

$\triangle ADE : 48 = 1^2 : 2^2$, $4\triangle ADE = 48$

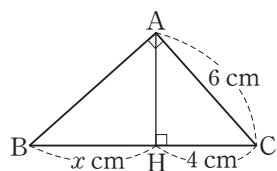
$\therefore \triangle ADE = 12(\text{cm}^2)$

08 오른쪽 그림과 같이

$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

ABC 에서 $\overline{BC} \perp \overline{AH}$ 일 때,

x 의 값은?



✓ ① 5 ② 6

④ 8 ⑤ 9

$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ 이므로

$6^2 = 4 \times (x+4)$, $x+4=9$ $\therefore x=5$

09 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때,

xy 의 값은?

① 12 ② 13

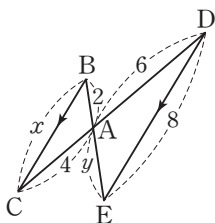
③ 14 ④ 15

✓ ⑤ 16

$x : 8 = 4 : 6$, $6x = 32$ $\therefore x = \frac{16}{3}$

$2 : y = 4 : 6$, $4y = 12$ $\therefore y = 3$

$\therefore xy = \frac{16}{3} \times 3 = 16$

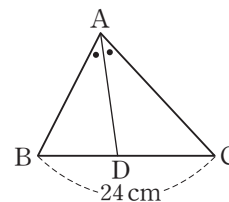


10 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서

$\angle BAD = \angle CAD$ 이고

$\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 5$ 이다.

$\overline{BC} = 24 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm

✓ ④ 15 cm ⑤ 16 cm

$\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 5$

$\therefore \overline{CD} = \frac{5}{8} \overline{BC} = \frac{5}{8} \times 24 = 15(\text{cm})$

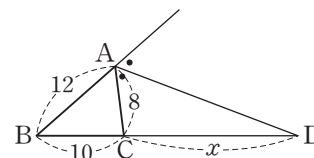
11 오른쪽 그림과 같은

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 연

장선과 $\angle A$ 의 외각의

이등분선의 교점을 D라

할 때, x 의 값은?



① 21 ✓ ② 20

③ 18

④ 16 ⑤ 15

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$12 : 8 = (10+x) : x$, $12x = 80 + 8x$ $\therefore x = 20$

12 오른쪽 그림에서 두 점 M, N

은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이

고, 두 점 P, Q는 각각 $\overline{DB}$,

$\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{PQ} = 10 \text{ cm}$,

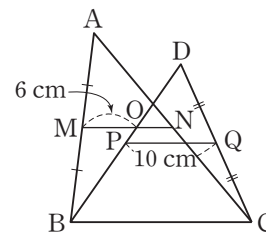
$\overline{MO} = 6 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{ON}$ 의 길

이를 구하시오. 4 cm

$\triangle DBC$ 에서 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC} = 2\overline{PQ} = 20 \text{ cm}$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 10 \text{ cm}$

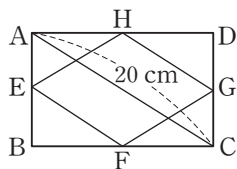
$\therefore \overline{ON} = \overline{MN} - \overline{MO} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$





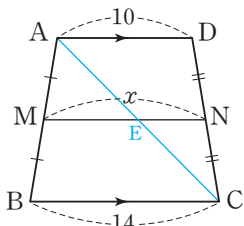
대단원 평가

- 13 오른쪽 그림과 같은 직사각형에서 네 점 E, F, G, H는 각 변의 중점이고 $\overline{AC} = 20$ cm일 때, $\square EFGH$ 의 둘레의 길이는?



- ① 36 cm ② 37 cm ③ 38 cm
④ 39 cm ☒ ⑤ 40 cm
- $\square EFGH$ 는 마름모이고 $\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10$ (cm)
따라서 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이는 40 cm이다.

- 14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 할 때, x의 값은?



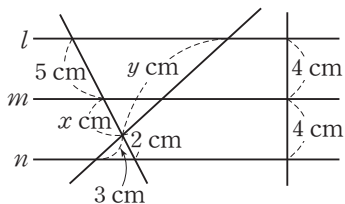
- ① 11 ② 11.5
☒ ③ 12 ④ 12.5
⑤ 13

$\overline{AC}$ 와 $\overline{MN}$ 의 교점을 점 E라 하면

$$\overline{ME} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 7, \overline{EN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = 5$$

$$\therefore x = 7 + 5 = 12$$

- 15 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n$ 일 때, $y - x$ 의 값을 구하시오. 9

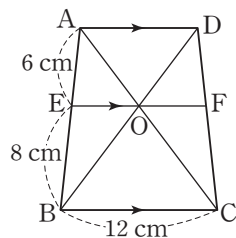


$$5 : (x + 2) = 4 : 4, x + 2 = 5 \quad \therefore x = 3$$

$$(5 + 3) : 2 = y : 3, 2y = 24 \quad \therefore y = 12$$

$$\therefore y - x = 12 - 3 = 9$$

- 16 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



- ① 8 cm ☒ ② 9 cm
③ 10 cm ④ 11 cm
⑤ 12 cm

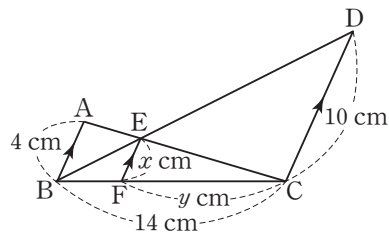
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 6 : 8 = 3 : 4$ 이므로

$$\overline{EO} : \overline{BC} = 3 : 7, \overline{EO} : 12 = 3 : 7 \quad \therefore \overline{EO} = \frac{36}{7} \text{ (cm)}$$

$\triangle BDA$ 에서 $\overline{EO} : \overline{AD} = 4 : 7$ 이므로

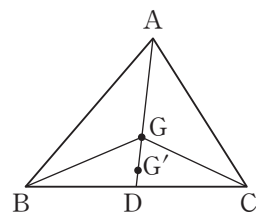
$$\frac{36}{7} : \overline{AD} = 4 : 7, 4\overline{AD} = 36 \quad \therefore \overline{AD} = 9 \text{ (cm)}$$

- 17 다음 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 일 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ ☒ ② $\overline{AE} : \overline{CE} = 2 : 7$
③ $\triangle EBF \sim \triangle DBC$ ④ $\overline{BE} : \overline{ED} = \overline{BF} : \overline{FC}$
☒ ⑤ $x = 3, y = 10$
② $\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 4 : 10 = 2 : 5$
⑤ $2 : 7 = x : 10$ 에서 $7x = 20 \quad \therefore x = \frac{20}{7}$
 $5 : 7 = y : 14$ 에서 $7y = 70 \quad \therefore y = 10$

- 18 오른쪽 그림에서 점 G, G'은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle GBC$ 의 무게 중심이고, $\overline{G'D} = 2$ cm일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?



- ① 9 cm ② 10 cm
③ 11 cm ☒ ④ 12 cm
⑤ 13 cm

$\overline{GD} : \overline{G'D} = 3 : 1$ 이므로

$$\overline{GD} : 2 = 3 : 1 \quad \therefore \overline{GD} = 6 \text{ (cm)}$$

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로

$$\overline{AG} : 6 = 2 : 1 \quad \therefore \overline{AG} = 12 \text{ (cm)}$$

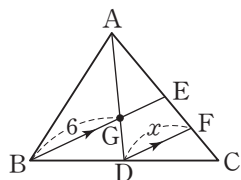
- 19 오른쪽 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ 일 때, x 의 값은?

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4
 ✓ ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5
 ⑤ $\frac{11}{2}$

$$\overline{BE} = \frac{3}{2} \overline{BG} = \frac{3}{2} \times 6 = 9$$

$\triangle CBE$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이고 $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ 이므로

$$x = \frac{1}{2} \overline{BE} = \frac{1}{2} \times 9 = \frac{9}{2}$$

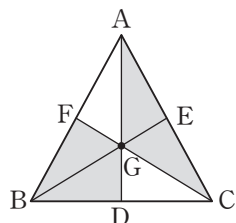


- 20 오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 cm^2 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

12 cm^2

$\triangle AGC = \square BDGF$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle AGC + \square BDGF &= 2\triangle AGC = 2 \times \frac{1}{3} \triangle ABC \\ &= \frac{2}{3} \times 18 = 12 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$



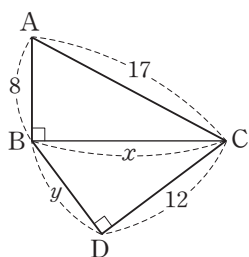
- 21 오른쪽 그림에서 $x + y$ 의 값은?

- ✓ ① 24 ② 25
 ③ 26 ④ 27
 ⑤ 28

$$x^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \quad \therefore x = 15$$

$$y^2 = 15^2 - 12^2 = 81 \quad \therefore y = 9$$

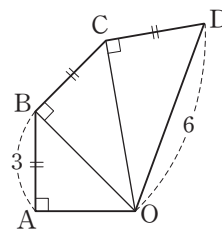
$$\therefore x + y = 15 + 9 = 24$$



- 22 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 3$, $\overline{OD} = 6$ 일 때, $\overline{OA}$ 의 길이를 구하시오. 3

$$\overline{OC}^2 = 6^2 - 3^2 = 27, \overline{OB}^2 = 27 - 3^2 = 18$$

$$\overline{OA}^2 = 18 - 3^2 = 9 \quad \therefore \overline{OA} = 3$$



- 23 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형 중에서 둔각삼각형인 것은?

- ① 5 cm, 5 cm, 7 cm
 ② 6 cm, 8 cm, 9 cm
 ③ 7 cm, 12 cm, 13 cm
 ✓ ④ 8 cm, 15 cm, 18 cm
 ⑤ 10 cm, 24 cm, 26 cm

① $7^2 < 5^2 + 5^2$: 예각삼각형

② $9^2 < 6^2 + 8^2$: 예각삼각형

③ $13^2 < 7^2 + 12^2$: 예각삼각형

④ $18^2 > 8^2 + 15^2$: 둔각삼각형

⑤ $26^2 = 10^2 + 24^2$: 직각삼각형

- 24 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 3 \text{ cm}$ 이고 $\square EFGH$ 의 넓이가 58 cm^2 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

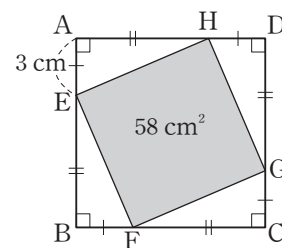
- ① 80 cm^2 ② 85 cm^2 ③ 90 cm^2
 ④ 95 cm^2 ✓ ⑤ 100 cm^2

$\square EFGH = \overline{EH}^2 = 58 (\text{cm}^2)$ 이므로 직각삼각형 AEH에서

$$\overline{AH}^2 = \overline{EH}^2 - \overline{AE}^2 = 58 - 9 = 49 \quad \therefore \overline{AH} = 7 (\text{cm})$$

이때 $\square ABCD$ 의 한 변의 길이는 $3 + 7 = 10 (\text{cm})$

따라서 $\square ABCD$ 의 넓이는 100 cm^2 이다.

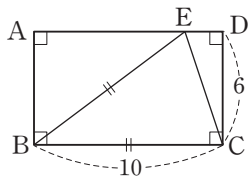




- 25 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{BE} = \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

- ① 1 ☒ ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

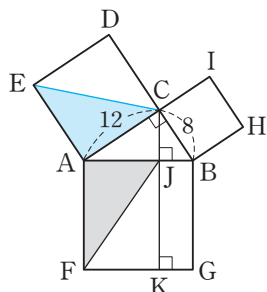
$\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE} = \overline{BC} = 10$, $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ 이므로
 $\overline{AE}^2 = 10^2 - 6^2 = 64$ $\therefore \overline{AE} = 8$
 $\therefore \overline{DE} = 10 - 8 = 2$



- 26 오른쪽 그림은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 8$ 일 때, $\triangle AFJ$ 의 넓이는?

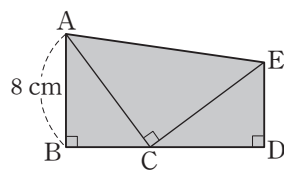
- ① 40 ② 54
③ 63 ☒ ④ 72
⑤ 81

$\triangle AFJ = \triangle EAC = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$



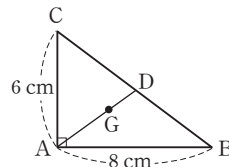
- 27 오른쪽 그림에서 두 직각삼각형 ABC와 CDE는 합동이고, 세 점 B, C, D는 일직선 위에 있다. $\triangle ACE$ 의 넓이가 50 cm^2 일 때, 사다리꼴 ABDE의 넓이를 구하시오. **98 cm^2**

$\overline{AC}^2 = 2\triangle ACE = 100$
 $\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2 = 100 - 64 = 36$ $\therefore \overline{BC} = 6(\text{cm})$
 $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ 이므로 $\overline{CD} = 8 \text{ cm}$, $\overline{DE} = 6 \text{ cm}$
 $\therefore \square ABDE = \frac{1}{2} \times (8+6) \times (8+6) = 98(\text{cm}^2)$

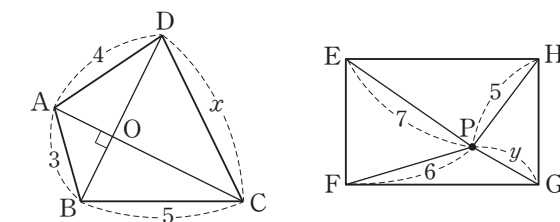


- 28 오른쪽 그림에서 점 G는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 무게중심이다. $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 6 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이는?

- ☒ ① $\frac{5}{3} \text{ cm}$ ② 2 cm ③ $\frac{7}{3} \text{ cm}$
④ 3 cm ⑤ 4 cm
 $\overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 = 100$ $\therefore \overline{BC} = 10(\text{cm})$
 점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{GD} = \frac{1}{3} \overline{AD} = \frac{5}{3} \text{ cm}$



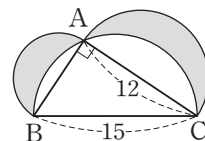
- 29 다음 그림에서 $x^2 + y^2$ 의 값은?



- ① 35 ② 39 ☒ ③ 44
④ 46 ⑤ 49
 $3^2 + x^2 = 4^2 + 5^2$ $\therefore x^2 = 32$
 $7^2 + y^2 = 6^2 + 5^2$ $\therefore y^2 = 12$
 $\therefore x^2 + y^2 = 32 + 12 = 44$

- 30 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오. **54**

$\overline{AB}^2 = 15^2 - 12^2 = 81$ $\therefore \overline{AB} = 9$
 $\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$





III

확률

이 단원에서 공부해야 할 필수 개념

1 경우의 수

- 개념 01 사건과 경우의 수
- 개념 02 사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수
- 개념 03 두 사건 A, B 가 동시에 일어나는 경우의 수
- 개념 04 동전, 주사위 던지기
- 개념 05 한 줄로 세우는 경우의 수
- 개념 06 한 줄로 세울 때, 이웃하여 서는 경우의 수
- 개념 07 자연수 만들기
- 개념 08 대표 뽑기

내신 도전

2 확률

- 개념 09 확률의 뜻
- 개념 10 확률의 성질
- 개념 11 사건 A 또는 사건 B 가 일어날 확률
- 개념 12 사건 A 와 사건 B 가 동시에 일어날 확률
- 개념 13 연속하여 꺼내는 경우의 확률
- 개념 14 도형에서의 확률

내신 도전

대단원 평가



01

사건과 경우의 수

1 경우의 수

- (1) 사건: 동일한 조건에서 반복할 수 있는 실험이나 관찰에 의하여 일어나는 결과
 (2) 경우의 수: 어떤 사건이 일어날 수 있는 모든 가짓수

예	실험·관찰	사건	경우	경우의 수
한 개의 주사위를 던진다.		짝수의 눈이 나온다.		3
		3의 배수의 눈이 나온다.		2

한 개의 주사위를 던질 때의 경우의 수

조건에 맞는 눈의 수를 나열하여 구한다.

예 한 개의 주사위를 던질 때, 3 이하의 눈이 나오는 경우의 수



3 이하의 눈

→ 3

01 한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 홀수의 눈이 나오는 경우의 수 3

(2) 2보다 큰 수의 눈이 나오는 경우의 수 4
3, 4, 5, 6의 4가지

(3) 4 이하의 눈이 나오는 경우의 수 4

(4) 6의 약수의 눈이 나오는 경우의 수 4
6의 약수는 1, 2, 3, 6이므로 4가지이다.

(5) 소수의 눈이 나오는 경우의 수 3
1부터 6까지의 자연수 중 소수는 2, 3, 5이므로 3가지이다.

두 개의 주사위를 던질 때의 경우의 수

순서쌍으로 나타내어 구한다.

예 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 4인 경우의 수

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

→ (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

02 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 두 눈의 수가 같은 경우의 수 6

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지

(2) 두 눈의 수의 합이 7인 경우의 수 6

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)의 6가지

(3) 두 눈의 수가 모두 짝수인 경우의 수 9

(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)의 9가지

(4) 두 눈의 수의 차가 3인 경우의 수 6

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)의 6가지

수 카드를 뽑을 때의 경우의 수

주어진 숫자 중 조건에 맞는 숫자를 나열하여 구한다.

예 다음 10장의 카드 중에서 한 장을 뽑을 때, 10의 약수가 나오는 경우의 수



→ 10의 약수는 1, 2, 5, 10 이므로 4

03 1부터 15까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 15장의 카드 중에서 한 장을 뽑을 때, 다음을 구하시오.

(1) 홀수가 나오는 경우의 수 8

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15의 8가지

(2) 3 미만의 수가 나오는 경우의 수 2

(3) 10 이상의 수가 나오는 경우의 수 6

(4) 4 이상 8 미만의 수가 나오는 경우의 수 4

4, 5, 6, 7의 4가지

(5) 5의 배수가 나오는 경우의 수 3

(6) 15의 약수가 나오는 경우의 수 4

1, 3, 5, 15의 4가지

(7) 소수가 나오는 경우의 수 6

2, 3, 5, 7, 11, 13의 6가지

돈을 지불할 때의 경우의 수

표를 이용하여 액수가 큰 지폐나 동전의 개수부터 정한다.

예 10원짜리, 50원짜리, 100원짜리 동전이 각각 5개씩 있을 때, 150원을 지불하는 경우의 수

100원(개)	50원(개)	10원(개)
1	1	0
1	0	5
0	3	0
0	2	5

→ 4

04 50원짜리 동전과 100원짜리 동전이 각각 5개, 500원짜리 동전이 3개 있을 때, 다음을 구하시오.

(1) 700원을 지불하는 경우의 수 4

500원(개)	100원(개)	50원(개)
1	2	0
1	1	2
1	0	4
0	5	4

(2) 800원을 지불하는 경우의 수 3

500원(개)	100원(개)	50원(개)
1	3	0
1	2	2
1	1	4

(3) 1200원을 지불하는 경우의 수 4

500원(개)	100원(개)	50원(개)
2	2	0
2	1	2
2	0	4
1	5	4

(4) 1800원을 지불하는 경우의 수 3

500원(개)	100원(개)	50원(개)
3	3	0
3	2	2
3	1	4



02

사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수

1 경우의 수

두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m , 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n 이면

→ (사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수) = $m+n$

참고 경우의 수를 구하는 문제에 '또는', '~이거나'라는 말이 들어 있으면 각 사건의 경우의 수를 더한다.

예 한 개의 주사위를 던질 때, 2 이하 또는 5 이상의 눈이 나오는 경우의 수를 구해 보자.

2 이하의 눈이 나오는 경우: 1, 2의 2가지, 5 이상의 눈이 나오는 경우: 5, 6의 2가지

→ 2 이하 또는 5 이상의 눈이 나오는 경우의 수는 $2+2=4$

주사위 던지기

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 두 눈의 수의 합이 a 또는 b 인 경우의 수

→ (두 눈의 수의 합이 a 인 경우의 수)

+ (두 눈의 수의 합이 b 인 경우의 수)

01 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 두 눈의 수의 합이 3 또는 5인 경우의 수 **6**

두 눈의 수의 합이 3인 경우: (1, 2), (2, 1)

두 눈의 수의 합이 5인 경우: (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

∴ $2+4=6$

(2) 두 눈의 수의 합이 8 또는 9인 경우의 수 **9**

두 눈의 수의 합이 8인 경우: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)

두 눈의 수의 합이 9인 경우: (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)

∴ $5+4=9$

(3) 두 눈의 수의 합이 4보다 작은 경우의 수 **3**

두 눈의 수의 합이 2인 경우: (1, 1)

두 눈의 수의 합이 3인 경우: (1, 2), (2, 1)

∴ $1+2=3$

(4) 두 눈의 수의 차가 2 또는 3인 경우의 수 **14**

두 눈의 수의 차가 2인 경우: (1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)

두 눈의 수의 차가 3인 경우: (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)

∴ $8+6=14$

(5) 두 눈의 수의 합이 6의 배수인 경우의 수 **6**

두 눈의 수의 합이 6인 경우: (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)

두 눈의 수의 합이 12인 경우: (6, 6)

∴ $5+1=6$

교통수단, 물건 선택하기

A를 택하는 경우가 m 가지, B를 택하는 경우가 n 가지일 때, A 또는 B를 택하는 경우의 수

→ **$m+n$**

02 송희네 집에서 현진네 집으로 가는 버스 노선은 4가지, 지하철 노선은 2가지가 있다. 송희네 집에서 현진네 집까지 갈 때, 다음을 구하시오.

(1) 버스를 타고 가는 경우의 수 **4**

(2) 지하철을 타고 가는 경우의 수 **2**

(3) 버스 또는 지하철을 타고 가는 경우의 수 **6**

$4+2=6$

03 다음을 구하시오.

(1) 남대문에서 동대문까지 버스를 타고 가는 방법은 5가지, 지하철을 타고 가는 방법은 2가지일 때, 버스 또는 지하철을 타고 가는 경우의 수 **7**

$5+2=7$

(2) 서울에서 부산까지 가는데 고속버스를 타고 가는 방법은 2가지, 기차를 타고 가는 방법은 3가지일 때, 고속버스 또는 기차를 타고 가는 경우의 수 **5**

$2+3=5$

04 서점에는 수학 참고서 4종류와 영어 참고서 2종류가 있다.
다음을 구하시오.

(1) 수학 참고서를 한 권 사는 경우의 수 **4**

(2) 영어 참고서를 한 권 사는 경우의 수 **2**

(3) 수학 참고서 또는 영어 참고서를 한 권 사는 경우의 수
 $4+2=6$ **6**

05 다음을 구하시오.

(1) 면바지 3종류와 청바지 4종류가 있을 때, 면바지 또는 청바지 중에서 한 가지를 고르는 경우의 수 **7**

$$3+4=7$$

(2) 커피 8종류와 주스 6종류가 있을 때, 커피 또는 주스 중에서 한 가지를 고르는 경우의 수 **14**

$$8+6=14$$

(3) 초콜릿 2종류와 과자 6종류가 있을 때, 초콜릿이나 과자 중에서 한 가지를 고르는 경우의 수 **8**

$$2+6=8$$

(4) 티셔츠 7종류와 반바지 5종류가 있을 때, 티셔츠나 반바지 중에서 한 가지를 고르는 경우의 수 **12**

$$7+5=12$$

수 뽑기

a 의 배수 또는 b 의 배수를 택하는 경우의 수

① a, b 의 **공배수**가 없는 경우

$$\rightarrow (a \text{의 배수의 개수}) + (b \text{의 배수의 개수})$$

② a, b 의 **공배수**가 있는 경우

$$\rightarrow (a \text{의 배수의 개수}) + (b \text{의 배수의 개수})$$

$$- (a, b \text{의 공배수 의 개수})$$

06 상자에 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20개의 공이 들어 있다. 이 상자에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 3의 배수 또는 7의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수 **8**

3의 배수: 3, 6, 9, 12, 15, 18

7의 배수: 7, 14

$$\therefore 6+2=8$$

(2) 5의 배수 또는 9의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수 **6**

5의 배수: 5, 10, 15, 20

9의 배수: 9, 18

$$\therefore 4+2=6$$

(3) 6의 배수 또는 8의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수 **5**

6의 배수: 6, 12, 18

8의 배수: 8, 16

$$\therefore 3+2=5$$

(4) 4의 배수 또는 6의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수 **7**

4의 배수: 4, 8, 12, 16, 20

6의 배수: 6, 12, 18

4와 6의 공배수: 12

$$\therefore 5+3-1=7$$



03

두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수

1 경우의 수

사건 A가 일어나는 경우의 수가 m , 그 각각의 경우에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n 이면

→ (두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수) = $m \times n$

참고 경우의 수를 구하는 문제에 '동시에', '그리고', '~와(과)'라는 말이 들어 있으면 각 사건의 경우의 수를 곱한다.

예 소설책 3종류와 시집 2종류 중에서 소설책과 시집을 각각 한 권씩 선택하는 경우의 수를 구해 보자.

소설책을 한 권 선택하는 경우: 3가지, 시집을 한 권 선택하는 경우: 2가지 → $3 \times 2 = 6$

주사위 던지기

주사위를 던질 때마다 일어나는 사건의 경우의 수를 각각 구하여

곱한다.

01 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 두 번 모두 3 이하의 눈이 나오는 경우의 수 **9**

$$3 \times 3 = 9$$

(2) 첫 번째는 짝수의 눈이 나오고, 두 번째는 홀수의 눈이 나오는 경우의 수 **9**

$$3 \times 3 = 9$$

(3) 첫 번째는 3 이하의 눈이 나오고 두 번째는 홀수의 눈이 나오는 경우의 수 **9**

$$3 \times 3 = 9$$

(4) 첫 번째는 5 이상의 눈이 나오고 두 번째는 3의 배수의 눈이 나오는 경우의 수 **4**

$$2 \times 2 = 4$$

(5) 첫 번째는 소수의 눈이 나오고 두 번째는 6의 약수의 눈이 나오는 경우의 수 **12**

$$3 \times 4 = 12$$

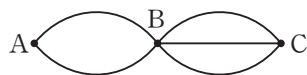
길 선택하기

A 지점에서 B 지점까지 가는 길이 m 가지, B 지점에서 C 지점까지 가는 길이 n 가지일 때, A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 가는 경우의 수

→ $m \times n$

02 그림과 같이 A, B, C 세 지점 사이를 연결하는 길이 있다. 다음을 구하시오.

(단, 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않는다.)



(1) A 지점에서 B 지점까지 가는 경우의 수 **2**

(2) B 지점에서 C 지점까지 가는 경우의 수 **3**

(3) A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 가는 경우의 수 **6**

$$2 \times 3 = 6$$

03 다음을 구하시오.

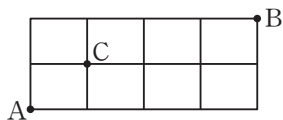
(1) 인천과 제주를 왕복하는 교통편으로 배는 2가지, 비행기는 5가지가 있다고 할 때, 갈 때는 배를, 올 때는 비행기를 이용하는 경우의 수 **10**

$$2 \times 5 = 10$$

(2) 집에서 학교까지 가는 길은 4가지일 때, 집에서 학교까지 갔다가 다시 집으로 돌아오는 경우의 수 **16**

$$4 \times 4 = 16$$

04 그림과 같은 모양의 도로망이 있다. 다음을 구하시오.

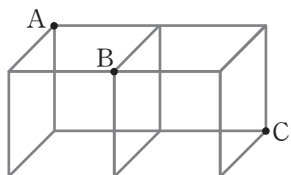


(1) A 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수 **2**

(2) C 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수 **4**

(3) A 지점에서 C 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수 **8**
 $2 \times 4 = 8$

05 그림과 같이 두 개의 정육면체를 이어 붙인 구조물이 있다. 다음을 구하시오.



(1) A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수 **2**

(2) B 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수 **6**

(3) A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수 **12**
 $2 \times 6 = 12$

... 물건 선택하기 ...

A를 택하는 경우가 m 가지, B를 택하는 경우가 n 가지일 때,
A와 B를 각각 한 개씩 택하는 경우의 수

→ $m \times n$

06 다음을 구하시오.

(1) 책상 2종류와 의자 3종류가 있을 때, 책상과 의자를 각각 하나씩 짝 지어 파는 경우의 수 **6**
 $2 \times 3 = 6$

(2) 티셔츠 5종류와 청바지 3종류가 있을 때, 티셔츠와 청바지를 각각 하나씩 짝 지어 입는 경우의 수 **15**
 $5 \times 3 = 15$

(3) 형광펜 4종류와 볼펜 6종류 중에서 형광펜과 볼펜을 각각 하나씩 사는 경우의 수 **24**
 $4 \times 6 = 24$

(4) 햄버거 6종류와 음료수 5종류 중에서 햄버거와 음료수를 각각 하나씩 사는 경우의 수 **30**
 $6 \times 5 = 30$

07 다음을 구하시오.

(1) 자음 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ과 모음 ㅏ, ㅑ, ㅓ, ㅕ, ㅗ, ㅛ가 있을 때, 자음 한 개와 모음 한 개를 짝 지어 글자를 만드는 경우의 수 **30**
 $6 \times 5 = 30$

(2) 투수 5명과 포수 3명 중에서 투수와 포수를 각각 한 명씩 짝 짓는 경우의 수 **15**
 $5 \times 3 = 15$

(3) 수현이와 지혜가 가위바위보를 할 때, 일어나는 모든 경우의 수 **9**
 $3 \times 3 = 9$



04

동전, 주사위 던지기

1 경우의 수

(1) 서로 다른 n 개의 동전을 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수: 2^n

예 서로 다른 동전 3개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

(2) 서로 다른 n 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수: 6^n

예 서로 다른 주사위 2개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 6^2 = 36$

(3) 서로 다른 m 개의 동전과 서로 다른 n 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수: $2^m \times 6^n$

예 서로 다른 동전 2개와 주사위 1개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 6 = 2^2 \times 6 = 24$

동전 던지기

서로 다른 동전 n 개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수

→ 각 동전마다 **2** 가지씩 일어나므로

$$\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_n = 2^n$$

01 다음에서 일어나는 모든 경우의 수를 구하시오.

(1) 서로 다른 동전 4개를 동시에 던질 때 **16**

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

(2) 서로 다른 동전 5개를 동시에 던질 때 **32**

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

02 다음을 구하시오.

(1) 서로 다른 동전 2개를 동시에 던질 때, 앞면과 뒷면
이 각각 1개씩 나오는 경우의 수 **2**

앞면을 H, 뒷면을 T라 하면

(H, T), (T, H)의 2가지

(2) 서로 다른 동전 3개를 동시에 던질 때, 앞면이 2개,
뒷면이 1개 나오는 경우의 수 **3**

(H, H, T), (H, T, H), (T, H, H)의 3가지

주사위 던지기

서로 다른 주사위 n 개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수

→ 각 주사위마다 **6** 가지씩 일어나므로

$$\underbrace{6 \times 6 \times \cdots \times 6}_n = 6^n$$

03 다음에서 일어나는 모든 경우의 수를 구하시오.

(1) 주사위 1개를 던질 때 **6**

(2) 서로 다른 주사위 3개를 동시에 던질 때 **216**

$$6 \times 6 \times 6 = 216$$

04 A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) A 주사위는 홀수의 눈이 나오고, B 주사위는 5 이상
의 눈이 나오는 경우의 수 **6**

A: 1, 3, 5, B: 5, 6

$$\therefore 3 \times 2 = 6$$

(2) A 주사위는 2의 배수의 눈이 나오고, B 주사위는
6의 약수의 눈이 나오는 경우의 수 **12**

A: 2, 4, 6, B: 1, 2, 3, 6

$$\therefore 3 \times 4 = 12$$

... 동전과 주사위를 동시에 던지기

서로 다른 동전 m 개와 서로 다른 주사위 n 개를 동시에 던질 때,
일어나는 모든 경우의 수

→ $2^m \times 6^n$

05 다음에서 일어나는 모든 경우의 수를 구하시오.

(1) 동전 1개와 서로 다른 주사위 2개를 동시에 던질 때
 $2 \times 6 \times 6 = 72$ **72**

(2) 동전 1개와 서로 다른 주사위 3개를 동시에 던질 때
 $2 \times 6 \times 6 \times 6 = 432$ **432**

(3) 서로 다른 동전 2개와 서로 다른 주사위 2개를 동시
에 던질 때 **144**
 $2 \times 2 \times 6 \times 6 = 144$

(4) 서로 다른 동전 3개와 주사위 1개를 동시에 던질 때
 $2 \times 2 \times 2 \times 6 = 48$ **48**

(5) 서로 다른 동전 3개와 서로 다른 주사위 2개를 동시
에 던질 때 **288**
 $2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6 = 288$

(6) 서로 다른 동전 4개와 주사위 1개를 동시에 던질 때
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 6 = 96$ **96**

(7) 서로 다른 동전 5개와 주사위 1개를 동시에 던질 때
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 6 = 192$ **192**

06 서로 다른 동전 두 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 다
음을 구하시오.

(1) 동전은 모두 앞면이 나오고, 주사위는 3의 배수의 눈
이 나오는 경우의 수 **2**

동전: (앞면, 앞면), 주사위: 3, 6
 $\therefore 1 \times 2 = 2$

(2) 동전은 모두 뒷면이 나오고, 주사위는 짝수의 눈이
나오는 경우의 수 **3**

동전: (뒷면, 뒷면), 주사위: 2, 4, 6
 $\therefore 1 \times 3 = 3$

(3) 동전은 서로 같은 면이 나오고, 주사위는 소수의 눈
이 나오는 경우의 수 **6**

동전: (앞면, 앞면), (뒷면, 뒷면), 주사위: 2, 3, 5
 $\therefore 2 \times 3 = 6$

(4) 동전은 서로 같은 면이 나오고, 주사위는 홀수의 눈
이 나오는 경우의 수 **6**

동전: (앞면, 앞면), (뒷면, 뒷면), 주사위: 1, 3, 5
 $\therefore 2 \times 3 = 6$

(5) 동전은 서로 다른 면이 나오고, 주사위는 4 이하의
눈이 나오는 경우의 수 **8**

동전: (앞면, 뒷면), (뒷면, 앞면), 주사위: 1, 2, 3, 4
 $\therefore 2 \times 4 = 8$

(6) 동전은 서로 다른 면이 나오고, 주사위는 4의 약수의
눈이 나오는 경우의 수 **6**

동전: (앞면, 뒷면), (뒷면, 앞면), 주사위: 1, 2, 4
 $\therefore 2 \times 3 = 6$



개념

05

한 줄로 세우는 경우의 수

1 경우의 수

(1) n 명을 한 줄로 세우는 경우의 수: $n \times \overbrace{(n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1}^{n \text{명 중 1명을 뽑고 남은 } (n-1) \text{명 중 1명을 뽑는 경우의 수}}$

예 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(2) n 명 중에서 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수: $n \times (n-1)$

예 3명 중에서 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3 \times 2 = 6$

(3) n 명 중에서 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수: $n \times (n-1) \times (n-2)$

예 5명 중에서 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 = 60$

... n 명을 한 줄로 세울 때 ...

n 명을 한 줄로 세우는 경우의 수

$$\rightarrow n \times (\boxed{n-1}) \times (\boxed{n-2}) \times \cdots \times 2 \times 1$$

01 다음을 구하시오.

(1) A, B, C, D, E 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수 **120**
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(2) A, B, C, D, E, F 6명을 한 줄로 세우는 경우의 수 **720**
 $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

(3) 윤지, 민호, 은정이가 한 줄로 서서 사진을 찍으려고 할 때, 가능한 모든 경우의 수 **6**
 $3 \times 2 \times 1 = 6$

(4) 400 m 이어달리기 대표로 성훈, 영재, 선웅, 현성이 가 뽑혔을 때, 달리는 순서를 정하는 경우의 수 **24**
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

... n 명 중에서 r 명을 뽑아 한 줄로 세울 때 ...

n 명 중에서 r 명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수

$$\rightarrow n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times \underbrace{\{n - (\boxed{r-1})\}}_{\boxed{r} \text{개}}$$

02 다음을 구하시오.

(1) A, B, C, D 4명 중에서 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수 **12**
 $4 \times 3 = 12$

(2) A, B, C, D, E, F 6명 중에서 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수 **120**
 $6 \times 5 \times 4 = 120$

(3) 서로 다른 5개의 음료수 중 2개를 골라 두 사람에게 각각 한 개씩 주는 경우의 수 **20**
 $5 \times 4 = 20$

(4) 서로 다른 4곡의 노래 중 3곡을 선택하여 들으려고 할 때, 듣는 순서를 정하는 경우의 수 **24**
 $4 \times 3 \times 2 = 24$

특정한 사람의 자리가 정해졌을 때

자리가 정해진 사람을 제외한 나머지를 한 줄로 세운 다음 자리가 정해진 사람을 세운다.

예 A, B, C, D 4명이 한 줄로 설 때, A가 맨 앞에 서는 경우의 수

→ A 빈자리에 B, C, D를 한 줄로 세우는 경우의 수와 같다.

→ $1 \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} = \boxed{6}$

03 A, B, C, D, E 5명이 한 줄로 설 때, 다음을 구하시오.

(1) A가 맨 뒤에 서는 경우의 수 **24**

A를 제외한 나머지 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(2) D가 맨 앞에 서는 경우의 수 **24**

(3) E가 중앙에 서는 경우의 수 **24**

(4) A가 맨 앞에, B가 맨 뒤에 서는 경우의 수 **6**

A, B를 제외한 나머지 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로
 $3 \times 2 \times 1 = 6$

04 다음을 구하시오.

(1) 어느 반의 400 m 이어달리기 대표를 보라, 유진, 하영, 은지로 정했을 때, 유진이가 두 번째 주자로 뛰게 되는 경우의 수 **6**

$3 \times 2 \times 1 = 6$

(2) 아버지, 어머니, 수현, 지현, 할아버지, 할머니 모두 6명의 가족이 한 줄로 서서 사진을 찍으려고 할 때, 아버지가 맨 왼쪽에, 어머니가 맨 오른쪽에 서는 경우의 수 **24**

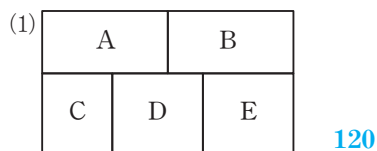
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

색을 칠할 때

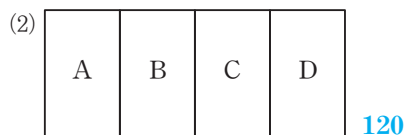
나누어진 각 부분에 모두 다른 색을 칠하는 경우의 수

→ 한 번 칠한 색을 다시 사용할 수 **없음**을 이용한다.

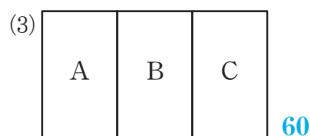
05 다음 그림과 같이 나누어진 부분을 빨강, 주황, 노랑, 파랑, 보라의 5가지 색으로 칠하려고 할 때, 모두 다른 색을 칠하는 경우의 수를 구하시오.



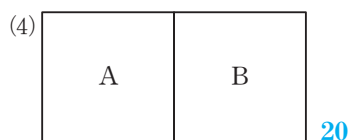
5가지 색을 한 줄로 나열하는 경우의 수와 같으므로
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$



5가지 색 중에서 4가지 색을 뽑아 한 줄로 나열하는 경우의 수와 같으므로
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$



5가지 색 중에서 3가지 색을 뽑아 한 줄로 나열하는 경우의 수와 같으므로
 $5 \times 4 \times 3 = 60$



5가지 색 중에서 2가지 색을 뽑아 한 줄로 나열하는 경우의 수와 같으므로
 $5 \times 4 = 20$



한 줄로 세울 때, 이웃하여 서는 경우의 수

1 경우의 수

한 줄로 세울 때, 이웃하여 서는 경우의 수는 다음과 같은 방법으로 구한다.

- ① 이웃하는 것을 하나로 묶어 한 줄로 세우는 경우의 수를 구한다.
- ② 묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수를 구한다.
- ③ ①과 ②의 경우의 수를 곱한다.

예 A, B, C, D 4명을 한 줄로 세울 때, A, B가 이웃하여 서는 경우의 수는

- ① (A, B), C, D를 한 줄로 세우는 경우의 수: $3 \times 2 \times 1 = 6$
- ② A, B가 자리를 바꾸는 경우의 수: $2 \times 1 = 2$
- ③ ①, ②에서 $6 \times 2 = 12$

... 2명이 이웃하여 설 때 ...

n 명을 한 줄로 세울 때, 2명이 이웃하여 서는 경우의 수

$$\rightarrow (n-1) \text{ 명을 한 줄로 세우는 경우의 수} \\ \times (2 \text{ 명이 자리를 바꾸는 경우의 수})$$

01 다음을 구하시오.

- (1) A, B, C, D 4명을 한 줄로 세울 때, A, C가 이웃하여 서는 경우의 수 **12**

$$\begin{aligned} & \text{A, C를 하나로 묶어 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 } 3 \times 2 \times 1 = 6 \\ & \text{A, C가 자리를 바꾸는 경우의 수는 } 2 \times 1 = 2 \\ & \therefore 6 \times 2 = 12 \end{aligned}$$

- (2) A, B, C, D, E 5명을 한 줄로 세울 때, A, E가 이웃하여 서는 경우의 수 **48**

$$(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 48$$

- (3) A, B, C, D, E, F 6명을 한 줄로 세울 때, C, F가 이웃하여 서는 경우의 수 **240**

$$(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 240$$

- (4) A, B, C, D, E, F, G 7명을 한 줄로 세울 때, C, D가 이웃하여 서는 경우의 수 **1440**

$$(6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 1440$$

02 다음을 구하시오.

- (1) 선희, 진수, 은주 세 사람을 한 줄로 세울 때, 선희와 은주가 이웃하여 서는 경우의 수 **4**

$$(2 \times 1) \times (2 \times 1) = 4$$

- (2) 여학생 2명과 남학생 2명을 한 줄로 세울 때, 여학생 2명이 이웃하여 서는 경우의 수 **12**

$$(3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 12$$

- (3) 여학생 3명과 남학생 2명을 한 줄로 세울 때, 남학생 2명이 이웃하여 서는 경우의 수 **48**

$$(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 48$$

- (4) 종류가 다른 만화책 4권, 소설책 2권을 책꽂이에 한 줄로 꽂을 때, 소설책끼리 이웃하여 꽂는 경우의 수 **240**

$$(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 240$$

... 3명이 이웃하여 설 때 ...

n 명을 한 줄로 세울 때, 3명이 이웃하여 서는 경우의 수

→ $(n-2)$ 명을 한 줄로 세우는 경우의 수

× (3) 명이 자리를 바꾸는 경우의 수

03 다음을 구하시오.

- (1) A, B, C, D 4명을 한 줄로 세울 때, B, C, D가 이웃하여 서는 경우의 수 **12**

B, C, D를 하나로 묶어 2명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$

B, C, D가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 3$

∴ $2 \times 3 = 6$

- (2) A, B, C, D, E 5명을 한 줄로 세울 때, A, B, C가 이웃하여 서는 경우의 수 **36**

$(3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 36$

- (3) A, B, C, D, E, F 6명을 한 줄로 세울 때, D, E, F가 이웃하여 서는 경우의 수 **144**

$(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 144$

- (4) A, B, C, D, E, F, G 7명을 한 줄로 세울 때, C, D, E가 이웃하여 서는 경우의 수 **720**

$(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 720$

04 다음을 구하시오.

- (1) 연희, 지효, 지원, 지은이가 한 줄로 서서 사진을 찍을 때, 지은이를 제외한 세 사람이 이웃하여 서는 경우의 수 **12**

$(2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 12$

- (2) 알파벳 s, u, p, e, r를 한 줄로 나열할 때, 자음끼리 이웃하는 경우의 수 **36**

자음은 s, p, r이므로

$(3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 36$

- (3) 여학생 4명과 남학생 3명을 한 줄로 세울 때, 남학생 3명이 이웃하여 서는 경우의 수 **720**

$(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 720$

... 이웃하는 묶음이 두 묶음일 때 ...

남학생 m 명과 여학생 n 명을 한 줄로 세울 때, 남학생은 남학생끼리, 여학생은 여학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수

→ (2) × (남학생 m 명을 한 줄로 세우는 경우의 수)

× (여학생 n 명을 한 줄로 세우는 경우의 수)

05 다음을 구하시오.

- (1) 알파벳 w, i, n, t, e, r을 한 줄로 나열할 때, 자음은 자음끼리, 모음은 모음끼리 이웃하는 경우의 수 **96**

자음: w, n, t, r

모음: i, e

∴ $2 \times (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 96$

- (2) 여학생 2명과 남학생 3명을 한 줄로 세울 때, 여학생은 여학생끼리, 남학생은 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수 **24**

$2 \times (2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 24$

- (3) 색이 다른 티셔츠 3장과 바지 3벌을 옷장에 한 줄로 걸어 놓을 때, 티셔츠는 티셔츠끼리, 바지는 바지끼리 이웃하는 경우의 수 **72**

$2 \times (3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 72$

- (4) 종류가 다른 만화책 3권, 소설책 2권을 책꽂이에 한 줄로 꽂을 때, 만화책은 만화책끼리, 소설책은 소설책끼리 이웃하는 경우의 수 **24**

$2 \times (3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 24$

- (5) 어머니, 아버지, 경훈, 남동생, 여동생으로 이루어진 5명의 가족이 한 줄로 서서 사진을 찍을 때, 부모님은 부모님끼리, 동생들은 동생들끼리 이웃하여 서는 경우의 수 **24**

$(3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) \times (2 \times 1) = 24$



07

자연수 만들기

1 경우의 수

(1) 0이 포함되지 않은 경우: 0이 아닌 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드 중에서

① 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수: $n \times (n-1)$

② 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수: $n \times (n-1) \times (n-2)$

예 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수는 $4 \times 3 = 12$

(2) 0이 포함된 경우: 0을 포함한 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드 중에서

① 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수: $(n-1) \times (n-1)$

② 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수: $(n-1) \times (n-1) \times (n-2)$

예 0, 1, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는 $3 \times 3 \times 2 = 18$

... 0이 포함되지 않을 때 ...

0이 아닌 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드 중에서

① 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수는

• 십의 자리: n 개

• 일의 자리: 십의 자리에 온 숫자를 제외한 $(n-1)$ 개

→ $n \times (n-1)$

② 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는

→ $n \times (n-1) \times (n-2)$

01 다음을 구하시오.

(1) 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수 **20**

십의 자리: 1, 2, 3, 4, 5의 5개

일의 자리: 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4개

∴ $5 \times 4 = 20$

(2) 1부터 6까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 6장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수 **30**

$6 \times 5 = 30$

(3) 1부터 5까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수 **60**

$5 \times 4 \times 3 = 60$

02 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드가 있다. 다음을 구하시오.

(1) 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수 중 23보다 작은 수의 개수 **4**

1□□: 12, 13, 14의 3개

2□□: 21의 1개

∴ $3+1=4$

(2) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 324보다 큰 수의 개수 **8**

3□□: 341, 342의 2개

4□□: $3 \times 2 = 6$ (개)

∴ $2+6=8$

(3) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 정수 중 214보다 작은 수의 개수 **7**

1□□: $3 \times 2 = 6$ (개)

2□□: 213의 1개

∴ $6+1=7$

(4) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 홀수의 개수 **12**

□□1: $3 \times 2 = 6$ (개)

□□3: $3 \times 2 = 6$ (개)

∴ $6+6=12$

... 0이 포함될 때 (1) ...

0을 포함한 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수는

- 십의 자리: 0을 제외한 $(n-1)$ 개
- 일의 자리: 0을 포함하고, 십의 자리에 온 숫자를 제외한

$$(n-1) \text{ 개}$$

$$\rightarrow (n-1) \times (n-1)$$

03 다음을 구하시오.

- (1) 0, 1, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수 9

십의 자리: 0을 제외한 3개

일의 자리: 0을 포함하고, 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3개

$$\therefore 3 \times 3 = 9$$

- (2) 0, 2, 4, 6, 8의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수 16

$$4 \times 4 = 16$$

- (3) 0부터 5까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 6장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수 25

$$5 \times 5 = 25$$

... 0이 포함될 때 (2) ...

0을 포함한 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는

- 백의 자리: 0을 제외한 $(n-1)$ 개
- 십의 자리: 0을 포함하고, 백의 자리에 온 숫자를 제외한

$$(n-1) \text{ 개}$$

- 일의 자리: 0을 포함하고, 백의 자리와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 $(n-2)$ 개

$$\rightarrow (n-1) \times (n-1) \times (n-2)$$

04 다음을 구하시오.

- (1) 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수 48

백의 자리: 0을 제외한 4개

십의 자리: 0을 포함하고, 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4개

일의 자리: 0을 포함하고, 백의 자리와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3개

$$\therefore 4 \times 4 \times 3 = 48$$

- (2) 0, 1, 3, 5, 7, 9의 숫자가 각각 하나씩 적힌 6장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수 100

$$5 \times 5 \times 4 = 100$$

05 0, 1, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드가 있다. 다음을 구하시오.

- (1) 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수 중 20보다 큰 수의 개수 5

2□: 21, 23의 2개

3□: 30, 31, 32의 3개

$$\therefore 2 + 3 = 5$$

- (2) 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 홀수의 개수 4

□1: 21, 31의 2개

□3: 13, 23의 2개

$$\therefore 2 + 2 = 4$$

- (3) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 203보다 작은 수의 개수 7

1□□: $3 \times 2 = 6$ (개)

2□□: 201의 1개

$$\therefore 6 + 1 = 7$$

- (4) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 213보다 큰 수의 개수 8

2□□: 230, 231의 2개

3□□: $3 \times 2 = 6$ (개)

$$\therefore 2 + 6 = 8$$

- (5) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 짝수의 개수 10

□□0: $3 \times 2 = 6$ (개)

□□2: $2 \times 2 = 4$ (개)

$$\therefore 6 + 4 = 10$$



08

대표 뽑기

1 경우의 수

(1) 자격이 다른 대표 뽑기

① n 명 중에서 자격이 다른 2명을 뽑는 경우의 수: $n \times (n-1)$

② n 명 중에서 자격이 다른 3명을 뽑는 경우의 수: $n \times (n-1) \times (n-2)$

예 8명의 학생 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는 $8 \times 7 = 56$

(2) 자격이 같은 대표 뽑기

① n 명 중에서 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수: $\frac{n \times (n-1)}{2}$

② n 명 중에서 자격이 같은 3명을 뽑는 경우의 수: $\frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{3 \times 2 \times 1}$

예 8명의 학생 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{8 \times 7}{2} = 28$

자격이 다른 대표 뽑기

n 명 중에서 자격이 다른 3명을 뽑는 경우의 수는

→ n 명 중에서 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수와 같다.

→ $n \times (n-1) \times (n-2)$

01 A, B, C, D 4명 중에서 다음과 같이 뽑는 경우의 수를 구하시오.

(1) 회장 1명, 부회장 1명 12

$$4 \times 3 = 12$$

(2) 회장 1명, 부회장 1명, 총무 1명 24

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

02 A, B, C, D, E 5명 중에서 다음과 같이 뽑는 경우의 수를 구하시오.

(1) 회장 1명, 부회장 1명 20

$$5 \times 4 = 20$$

(2) 회장 1명, 부회장 1명, 총무 1명 60

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

03 다음을 구하시오.

(1) 남학생 3명, 여학생 3명이 있을 때, 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 경우의 수 30

$$6 \times 5 = 30$$

(2) 학교 댄스 경연 대회에 7명이 출전하였을 때, 이 중에서 1등, 2등을 각각 1명씩 뽑는 경우의 수 42

$$7 \times 6 = 42$$

(3) 남학생 3명, 여학생 3명이 있을 때, 회장 1명, 부회장 1명, 총무 1명을 뽑는 경우의 수 120

$$6 \times 5 \times 4 = 120$$

(4) 리듬체조 경기에 출전한 10명의 선수 중에서 1등, 2등, 3등을 각각 1명씩 뽑는 경우의 수 720

$$10 \times 9 \times 8 = 720$$

... 자격이 같은 대표 뽑기 ...

- ①
- n
- 명 중에서 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수는

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1)}{2}$$

- ②
- n
- 명 중에서 자격이 같은 3명을 뽑는 경우의 수는

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{3 \times 2 \times 1}$$

- 04** A, B, C, D, E 5명 중에서 다음과 같이 뽑는 경우의 수를 구하시오.

- (1) 대표 2명
- 10**

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

- (2) 대표 3명
- 10**

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

- 05** 다음을 구하시오.

- (1) 금, 토, 일 3일 중에서 어떤 요일을 정하여 취미 생활을 하려고 할 때, 2일을 고르는 경우의 수
- 3**

$$\frac{3 \times 2}{2} = 3$$

- (2) 어느 중학교 학생회장단 선거에 출마한 후보 10명 중에서 대의원 2명을 뽑는 경우의 수
- 45**

$$\frac{10 \times 9}{2} = 45$$

- (3) 남학생 2명, 여학생 4명 중에서 대표 3명을 뽑는 경우의 수
- 20**

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

- (4) 농구 동아리 회원 8명 중에서 길거리 농구 대회 대표 3명을 뽑는 경우의 수
- 56**

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

... 선분 또는 삼각형의 개수 ...

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 $n(n \geq 3)$ 개의 점 중에서

- ① 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수

→ n 개 중에서 자격이 같은 2개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1)}{2}$$

- ② 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수

→ n 개 중에서 자격이 같은 3개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{3 \times 2 \times 1}$$

- 06** 오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 l , m 위에 7개의 점이 있다. 다음을 구하시오.



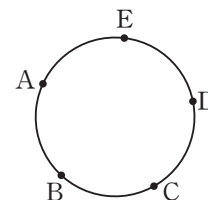
- (1) 직선
- l
- 위의 한 점, 직선
- m
- 위의 한 점을 이어 만들 수 있는 선분의 개수
- 12**

$$3 \times 4 = 12$$

- (2) 직선
- l
- 위의 한 점, 직선
- m
- 위의 두 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수
- 18**

$$3 \times \frac{4 \times 3}{2} = 18$$

- 07** 오른쪽 그림과 같이 원 위에 5개의 점이 있다. 다음을 구하시오.



- (1) 두 점을 이어 만들 수 있는 선분의 개수
- 10**

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

- (2) 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수
- 10**

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$



내신 도전

- 01** 주머니 속에 1부터 12까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 12개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 소수가 적힌 공이 나오는 경우의 수는?

- ① 3 ② 4 ✓ ③ 5
④ 6 ⑤ 7

소수는 2, 3, 5, 7, 11의 5개이다.

- 02** 한 개의 주사위를 던질 때, 다음 사건 중 일어나는 경우의 수가 가장 큰 것은?

- ① 홀수의 눈이 나온다.
② 소수의 눈이 나온다.
③ 4보다 큰 수의 눈이 나온다.
✓ ④ 6의 약수의 눈이 나온다.
⑤ 3의 배수의 눈이 나온다.
① 1, 3, 5의 3가지 ② 2, 3, 5의 3가지 ③ 5, 6의 2가지
④ 1, 2, 3, 6의 4가지 ⑤ 3, 6의 2가지

- 03** 500원 짜리 동전 2개, 100원 짜리 동전 3개가 있다. 동전들을 각각 1개 이상 사용하여 지불할 수 있는 금액의 종류는 몇 가지인가?

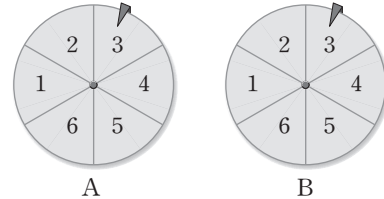
- ① 5가지 ✓ ② 6가지 ③ 7가지
④ 8가지 ⑤ 9가지

지불할 수 있는 금액을 표로 나타내면 다음과 같다.

500원(개)	1	1	1	2	2	2
100원(개)	1	2	3	1	2	3
금액(원)	600	700	800	1100	1200	1300

따라서 구하는 금액의 종류는 6가지이다.

- 04** 다음 그림과 같이 두 원판 A, B에 1부터 6까지의 자연수가 각각 적혀 있다. 두 원판이 각각 돌다가 멈출 때, 두 원판의 각 바늘이 가리킨 수의 합이 5 또는 8인 경우의 수를 구하시오. (단, 바늘이 경계선을 가리키는 경우는 없다.) **9**



합이 5인 경우: (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지

합이 8인 경우: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)의 5가지

따라서 구하는 경우의 수는 $4+5=9$

- 05** 각 면에 1부터 12까지의 자연수가 각각 적힌 정십이면체를 두 번 던질 때, 바닥에 닿는 면에 적힌 수가 첫 번째는 3의 배수, 두 번째는 12의 약수인 경우의 수는?

- ① 10 ② 12 ③ 16
④ 20 ✓ ⑤ 24

3의 배수인 경우: 3, 6, 9, 12의 4가지

12의 약수인 경우: 1, 2, 3, 4, 6, 12의 6가지

따라서 구하는 경우의 수는 $4 \times 6 = 24$

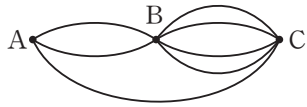
- 06** 빨강, 파랑, 녹색의 세 가지 색 전구가 각각 하나씩 있다. 이 세 개의 전구를 각각 켜거나 꺼서 만들 수 있는 신호의 개수를 구하시오. **8**

(단, 전구가 꺼진 경우도 신호로 생각한다.)

전구 하나당 만들 수 있는 신호는 2가지이므로 구하는 경우의 수는

$2 \times 2 \times 2 = 8$

- 07** A 지점에서 C 지점까지 가는 길이 다음 그림과 같을 때,
A 지점에서 C 지점까지 가는 모든 경우의 수는?
(단, 같은 지점은 두 번 이상 지나지 않는다.)



- ① 6 ② 7 ③ 8
☒ ④ 9 ⑤ 10
 A → C: 1
 A → B → C: $2 \times 4 = 8$
 따라서 구하는 경우의 수는 $1 + 8 = 9$

- 08** 아란, 성영, 혜진, 승아가 수학 여행을 가서 선생님과 함께
한 줄로 서서 기념 사진을 찍으려고 할 때, 아란이와 승아가
선생님의 양 옆에서 팔짱을 끼고 사진을 찍는 경우의 수는?

- ☒ ① 12 ② 18 ③ 36
 ④ 60 ⑤ 120
 선생님, 아란, 승아를 묶어 한 사람으로 생각하고 나머지 2명과 함께 한 줄로
세우는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$
 아란, 승아가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$
 따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 2 = 12$

- 09** 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드가 있
다. 이 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자
연수 중 40보다 큰 수의 개수는?

- ① 4 ② 6 ☒ ③ 8
 ④ 12 ⑤ 16
 4□: 4개, 5□: 4개
 $\therefore 4 + 4 = 8$

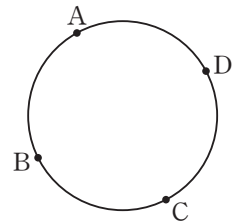
- 10** 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드가 있
다. 이 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리의
홀수의 개수는?

- ① 12 ☒ ② 18 ③ 24
 ④ 36 ⑤ 48
 $\square\square\square 1: 3 \times 3 = 9(\text{개}), \square\square\square 3: 3 \times 3 = 9(\text{개})$
 $\therefore 9 + 9 = 18$

- 11** 여학생 3명과 남학생 4명이 있다. 이 중에서 2명의 대표를
뽑는데 2명 모두 여학생이거나 남학생인 경우의 수는?

- ☒ ① 9 ② 12 ③ 15
 ④ 18 ⑤ 21
 2명 모두 여학생인 경우의 수는 $\frac{3 \times 2}{2} = 3$
 2명 모두 남학생인 경우의 수는 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$
 따라서 구하는 경우의 수는 $3 + 6 = 9$

- 12** 오른쪽 그림과 같이 원 위에 4개
의 점이 있다. 4개의 점 중에서 두
점을 이어 만들 수 있는 선분의 개
수를 a , 세 점을 연결하여 만들 수
있는 삼각형의 개수를 b 라 할 때,
 $a + b$ 의 값을 구하시오. **10**



$$a = \frac{4 \times 3}{2} = 6, b = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

$$\therefore a + b = 6 + 4 = 10$$



09

확률의 뜻

2 확률

- (1) 확률: 같은 조건에서 실험이나 관찰을 여러 번 할 때, 어떤 사건이 일어나는 상대도수가 일정한 값에 가까워지면 이 일정한 값을 그 사건의 확률이라 한다.
- (2) 어떤 실험이나 관찰에서 각각의 경우가 일어날 가능성이 같다고 할 때, 일어나는 모든 경우의 수를 n , 어떤 사건 A 가 일어나는 경우의 수를 a 라 하면 사건 A 가 일어날 확률 p 는

$$p = \frac{(\text{사건 } A \text{가 일어나는 경우의 수})}{(\text{모든 경우의 수})} = \frac{a}{n}$$

예 노란 구슬 2개, 파란 구슬 4개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 구슬을 임의로 꺼낼 때, 노란 구슬이 나올 확률은

$$\frac{(\text{노란 구슬의 개수})}{(\text{전체 구슬의 개수})} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

참고 확률은 어떤 사건이 일어날 가능성을 분수, 소수, 백분율(%) 등으로 나타낼 수 있다.

확률의 뜻

사건 A 가 일어날 확률 p 는

$$\rightarrow p = \frac{\boxed{\text{사건 } A \text{가 일어나는 경우의 수}}}{\boxed{\text{모든 경우의 수}}}$$

01 노란 구슬 6개, 빨간 구슬 4개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 구슬을 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 모든 경우의 수 10

(2) 노란 구슬이 나오는 경우의 수 6

(3) 빨간 구슬이 나오는 경우의 수 4

(4) 노란 구슬이 나올 확률 $\frac{3}{5}$
 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

(5) 빨간 구슬이 나올 확률 $\frac{2}{5}$
 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

02 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드 중에서 한 장을 임의로 뽑을 때, 다음을 구하시오.

(1) 모든 경우의 수 20

(2) 짝수가 나오는 경우의 수 10

(3) 짝수가 나올 확률 $\frac{1}{2}$
 $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

(4) 3의 배수가 나올 확률 $\frac{3}{10}$
 3의 배수: 3, 6, 9, 12, 15, 18
 $\therefore \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

(5) 6의 배수가 나올 확률 $\frac{3}{20}$
 6의 배수: 6, 12, 18
 $\therefore \frac{3}{20}$

(6) 20의 약수가 나올 확률 $\frac{3}{10}$
 20의 약수: 1, 2, 4, 5, 10, 20
 $\therefore \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

03 서로 다른 세 개의 동전을 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 모두 뒷면이 나올 확률 $\frac{1}{8}$

모든 경우의 수: $2 \times 2 \times 2 = 8$

모두 뒷면이 나오는 경우: (뒤, 뒤, 뒤)

$$\therefore \frac{1}{8}$$

(2) 앞면이 1개만 나올 확률 $\frac{3}{8}$

앞면이 1개 나오는 경우: (앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)

$$\therefore \frac{3}{8}$$

(3) 모두 같은 면이 나올 확률 $\frac{1}{4}$

모두 같은 면이 나오는 경우: (앞, 앞, 앞), (뒤, 뒤, 뒤)

$$\therefore \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

04 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 두 눈의 수의 합이 8일 확률 $\frac{5}{36}$

모든 경우의 수: $6 \times 6 = 36$

두 눈의 수의 합이 8인 경우: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)

$$\therefore \frac{5}{36}$$

(2) 두 눈의 수의 합이 9일 확률 $\frac{1}{9}$

두 눈의 수의 합이 9인 경우: (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)

$$\therefore \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(3) 두 눈의 수가 같을 확률 $\frac{1}{6}$

두 눈의 수가 같은 경우: (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

$$\therefore \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(4) 두 눈의 수가 모두 짝수일 확률 $\frac{1}{4}$

두 눈의 수가 모두 짝수인 경우: (2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4),
(4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)

$$\therefore \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

(5) 두 눈의 수의 차가 4일 확률 $\frac{1}{9}$

두 눈의 수의 차가 4인 경우: (1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)

$$\therefore \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

.... 방정식, 부등식에서의 확률

방정식, 부등식에서의 확률은 다음과 같은 순서로 구한다.

① 모든 경우의 수를 구한다.

② **순서쌍**을 이용하여 주어진 방정식 또는 부등식을 만족시키는 경우의 수를 구한다.

③ (확률) = $\frac{(\text{②에서 구한 경우의 수})}{(\text{①에서 구한 경우의 수})}$

05 A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져 A 주사위에서 나온 눈의 수를 x , B 주사위에서 나온 눈의 수를 y 라 할 때, 다음을 구하시오.

(1) $y = 2x + 1$ 일 확률 $\frac{1}{18}$

모든 경우의 수: $6 \times 6 = 36$

$y = 2x + 1$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) : (1, 3), (2, 5)

$$\therefore \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

(2) $y = 2x - 1$ 일 확률 $\frac{1}{12}$

$y = 2x - 1$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) : (1, 1), (2, 3), (3, 5)

$$\therefore \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(3) $x + 2y = 10$ 일 확률 $\frac{1}{12}$

$x + 2y = 10$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) : (2, 4), (4, 3), (6, 2)

$$\therefore \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(4) $3x + 2y \leq 9$ 일 확률 $\frac{1}{9}$

$3x + 2y \leq 9$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) : (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1)

$$\therefore \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(5) $3x - 2y > 10$ 일 확률 $\frac{5}{36}$

$3x - 2y > 10$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) : (5, 1), (5, 2), (6, 1), (6, 2),
(6, 3)

$$\therefore \frac{5}{36}$$



10

확률의 성질

2 확률

(1) 확률의 성질

① 어떤 사건이 일어날 확률을 p 라 하면 $0 \leq p \leq 1$ 이다.

예 한 개의 주사위를 던질 때, 2의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다.

② 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.

예 한 개의 주사위를 던질 때, 1 이상의 눈이 나올 확률은 1이다.

③ 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다.

예 한 개의 주사위를 던질 때, 7의 눈이 나올 확률은 0이다.

(2) 어떤 사건이 일어나지 않을 확률

사건 A 가 일어날 확률을 p 라 하면 (사건 A 가 일어나지 않을 확률) $= 1 - p$

예 어떤 야구 선수가 한 경기에서 안타를 칠 확률이 $\frac{2}{5}$ 일 때, 이 선수가 안타를 치지 못할 확률은

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

확률의 성질

① 어떤 사건이 일어날 확률을 p 라 하면 $0 \leq p \leq 1$

② 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.

③ 절대로 일어나지 않는 사건의 확률은 0이다.

01 다음을 구하시오.

(1) 한 개의 주사위를 던질 때, 6 이하의 눈이 나올 확률 1

(2) 한 개의 주사위를 던질 때, 1보다 작은 수의 눈이 나올 확률 0

(3) 1에서 8까지의 숫자가 각각 적힌 8장의 카드 중에서 한 장을 임의로 뽑을 때, 1 이상의 수가 나올 확률 1

(4) 빨간 구슬 2개와 파란 구슬 3개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 구슬을 임의로 꺼낼 때, 노란 구슬이 나올 확률 0

02 한 개의 주사위를 던질 때, 다음 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표 하시오.

(1) 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다. (○)

3의 배수: 3, 6 $\therefore \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(2) 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. (×)

6의 약수: 1, 2, 3, 6 $\therefore \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

(3) 소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{3}$ 이다. (×)

소수: 2, 3, 5 $\therefore \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(4) 7 이상의 눈이 나올 확률은 0이다. (○)

... 어떤 사건이 일어나지 않을 확률 ...

사건 A 가 일어날 확률을 p 라 하면

$$\rightarrow (\text{사건 } A \text{가 일어나지 않을 확률}) = 1 - p$$

03 다음을 구하시오.

- (1) 포수가 목표물을 명중시킬 확률이 $\frac{3}{7}$ 일 때, 목표물을

명중시키지 못할 확률 $\frac{4}{7}$

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

- (2) 은주가 시험에 합격할 확률이 $\frac{1}{5}$ 일 때, 시험에 불합격

할 확률 $\frac{4}{5}$

$$1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

- (3) 내일 비가 올 확률이 25 %라 할 때, 내일 비가 오지 않을 확률 $\frac{3}{4}$

내일 비가 올 확률은 25 % = $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ 이므로 내일 비가 오지 않을 확률은

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- (4) 1부터 10까지의 숫자가 각각 적힌 10장의 카드 중에서 한 장을 임의로 뽑을 때, 3의 배수가 나오지 않을 확률 $\frac{7}{10}$

3의 배수가 나올 확률은 $\frac{3}{10}$ 이므로 3의 배수가 나오지 않을 확률은

$$1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

- (5) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 3이 아닐 확률 $\frac{17}{18}$

두 눈의 수의 합이 3일 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이므로

두 눈의 수의 합이 3이 아닐 확률은 $1 - \frac{1}{18} = \frac{17}{18}$

- (6) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수가 서로 다를 확률 $\frac{5}{6}$

두 눈의 수가 서로 같을 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 이므로

두 눈의 수가 서로 다를 확률은 $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

... '적어도 하나는 ~'의 확률 ...

- ① 서로 다른 여러 개의 동전을 동시에 던질 때,

(적어도 한 개는 앞면일 확률) = $1 - (\text{모두 뒷면일 확률})$

- ② 여러 개의 문제의 답을 임의로 표시할 때,

(적어도 한 개는 맞힐 확률) = $1 - (\text{모두 틀릴 확률})$

04 다음을 구하시오.

- (1) 서로 다른 세 개의 동전을 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 앞면이 나올 확률 $\frac{7}{8}$

모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$

모두 뒷면이 나오는 경우의 수는 1이므로 그 확률은 $\frac{1}{8}$

$$\therefore 1 - (\text{3개 모두 뒷면이 나올 확률}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

- (2) 지효가 4개의 ○, × 퀴즈 문제에 대하여 임의로 답을 표시할 때, 적어도 한 문제는 맞힐 확률 $\frac{15}{16}$

모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

4문제 모두 틀리는 경우의 수는 1이므로 그 확률은 $\frac{1}{16}$

$$\therefore 1 - (\text{4문제 모두 틀릴 확률}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

- (3) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 짝수의 눈이 나올 확률 $\frac{3}{4}$

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

모두 홀수가 나오는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$ 이므로 그 확률은 $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

$$\therefore 1 - (\text{모두 홀수의 눈이 나올 확률}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- (4) 세 사람이 가위바위보를 할 때, 적어도 한 사람은 다른 것을 낼 확률 $\frac{8}{9}$

모든 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$

세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우의 수는 3이므로 그 확률은 $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$

$$\therefore 1 - (\text{세 사람 모두 같은 것을 낼 확률}) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

- (5) 흰 공 3개와 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 적어도 한 개는 흰 공일 확률 $\frac{5}{7}$

모든 경우의 수는 $\frac{7 \times 6}{2} = 21$

두 개 모두 검은 공이 나오는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ 이므로 그 확률은 $\frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

$$\therefore 1 - (\text{두 개 모두 검은 공이 나올 확률}) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$



개념

11

사건 A 또는 사건 B 가 일어날 확률

2 확률

두 사건 A, B 가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 가 일어날 확률을 p , 사건 B 가 일어날 확률을 q 라 하면

→ (사건 A 또는 사건 B 가 일어날 확률) $= p + q$

예 한 개의 주사위를 던질 때, 2 이하 또는 4 이상의 눈이 나올 확률은

$$(2 \text{ 이하의 눈이 나올 확률}) + (4 \text{ 이상의 눈이 나올 확률}) = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

... 사건 A 또는 사건 B 가 일어날 확률 ...

두 사건 A, B 가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 가 일어날 확률을 p , 사건 B 가 일어날 확률을 q 라 하면

→ (사건 A 또는 사건 B 가 일어날 확률) $= p + q$

01 흰 공 8개, 노란 공 4개, 빨간 공 5개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 흰 공이 나올 확률 $\frac{8}{17}$

(2) 노란 공이 나올 확률 $\frac{4}{17}$

(3) 빨간 공이 나올 확률 $\frac{5}{17}$

(4) 흰 공 또는 노란 공이 나올 확률 $\frac{12}{17}$
 $\frac{8}{17} + \frac{4}{17} = \frac{12}{17}$

(5) 노란 공 또는 빨간 공이 나올 확률 $\frac{9}{17}$
 $\frac{4}{17} + \frac{5}{17} = \frac{9}{17}$

02 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 두 눈의 수의 합이 5일 확률 $\frac{1}{9}$

모든 경우의 수 : $6 \times 6 = 36$

두 눈의 수의 합이 5인 경우 : (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

$$\therefore \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(2) 두 눈의 수의 합이 10일 확률 $\frac{1}{12}$

두 눈의 수의 합이 10인 경우 : (4, 6), (5, 5), (6, 4)

$$\therefore \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(3) 두 눈의 수의 합이 5 또는 10일 확률 $\frac{7}{36}$
 $\frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{7}{36}$

(4) 두 눈의 수의 차가 2일 확률 $\frac{2}{9}$

두 눈의 수의 차가 2인 경우 : (1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)

$$\therefore \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

(5) 두 눈의 수의 차가 4일 확률 $\frac{1}{9}$

두 눈의 수의 차가 4인 경우 : (1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)

$$\therefore \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(6) 두 눈의 수의 차가 2 또는 4일 확률 $\frac{1}{3}$
 $\frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

03 1부터 10까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 공 10개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 7의 배수가 나올 확률 $\frac{1}{10}$

(2) 짝수가 나올 확률 $\frac{1}{2}$

짝수: 2, 4, 6, 8, 10

$$\therefore \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

(3) 7의 배수 또는 짝수가 나올 확률 $\frac{3}{5}$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

04 1부터 30까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 30장의 카드 중에서 한 장을 임의로 뽑을 때, 다음을 구하시오.

(1) 4의 배수 또는 9의 배수가 나올 확률 $\frac{1}{3}$

4의 배수가 나올 확률: $\frac{7}{30}$

9의 배수가 나올 확률: $\frac{3}{30} (= \frac{1}{10})$

$$\therefore \frac{7}{30} + \frac{3}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

(2) 5의 배수 또는 8의 배수가 나올 확률 $\frac{3}{10}$

$$\frac{6}{30} + \frac{3}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

(3) 6의 배수 또는 7의 배수가 나올 확률 $\frac{3}{10}$

$$\frac{5}{30} + \frac{4}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

(4) 7의 배수 또는 8의 배수가 나올 확률 $\frac{7}{30}$

$$\frac{4}{30} + \frac{3}{30} = \frac{7}{30}$$

05 다음을 구하시오.

(1) 흰 공 7개, 노란 공 6개, 빨간 공 5개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때, 흰 공 또는

빨간 공이 나올 확률 $\frac{2}{3}$

$$\frac{7}{18} + \frac{5}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

(2) 볼펜 3자루, 사인펜 1자루, 형광펜 6자루가 들어 있는 필통에서 한 개의 펜을 임의로 꺼낼 때, 사인펜 또는

형광펜이 나올 확률 $\frac{7}{10}$

$$\frac{1}{10} + \frac{6}{10} = \frac{7}{10}$$

(3) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 3 또는 9일 확률 $\frac{1}{6}$

모든 경우의 수: $6 \times 6 = 36$

두 눈의 수의 합이 3인 경우: (1, 2), (2, 1)

두 눈의 수의 합이 9인 경우: (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)

$$\therefore \frac{2}{36} + \frac{4}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(4) 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드 중에서 한 장을 임의로 뽑을 때, 소수 또는 6의

배수가 적힌 카드가 나올 확률 $\frac{11}{20}$

소수인 경우: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

6의 배수인 경우: 6, 12, 18

$$\therefore \frac{8}{20} + \frac{3}{20} = \frac{11}{20}$$

(5) 0, 1, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 두 장을 동시에 뽑아 두 자리의 자연수를 만들

때, 5의 배수 또는 7의 배수일 확률 $\frac{4}{9}$

모든 경우의 수: $3 \times 3 = 9$

5의 배수인 경우: 10, 20, 30

7의 배수인 경우: 21

$$\therefore \frac{3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

(6) 알파벳 s, p, i, n, g을 한 줄로 나열할 때, s 또는 g가 맨 앞에 올 확률 $\frac{2}{5}$

모든 경우의 수: $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

s가 맨 앞에 오는 경우의 수: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

g가 맨 앞에 오는 경우의 수: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

$$\therefore \frac{24}{120} + \frac{24}{120} = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}$$



개념

12

사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률

2 확률

두 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p , 사건 B가 일어날 확률을 q 라 하면

$$(\text{사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률}) = p \times q$$

예 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, A는 3 미만의 눈이 나오고 B는 5 이상의 눈이 나올 확률은

$$(\text{A가 3 미만의 눈이 나올 확률}) \times (\text{B가 5 이상의 눈이 나올 확률}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

... 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률 ...

두 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p , 사건 B가 일어날 확률을 q 라 하면

$$\rightarrow (\text{사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률}) = \boxed{p \times q}$$

01 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 첫 번째는 3의 배수의 눈이 나오고, 두 번째는 6의 약수의 눈이 나올 확률 $\frac{2}{9}$

$$\text{첫 번째는 3의 배수의 눈이 나올 확률: } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{두 번째는 6의 약수의 눈이 나올 확률: } \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

(2) 첫 번째는 4의 약수의 눈이 나오고, 두 번째는 4 이상의 눈이 나올 확률 $\frac{1}{4}$

$$\text{첫 번째는 4의 약수의 눈이 나올 확률: } \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{두 번째는 4의 이상의 눈이 나올 확률: } \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(3) 첫 번째는 홀수의 눈이 나오고, 두 번째는 3 미만의 눈이 나올 확률 $\frac{1}{6}$

$$\text{첫 번째는 홀수의 눈이 나올 확률: } \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{두 번째는 3 미만의 눈이 나올 확률: } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

02 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 동전에서 앞면이 나올 확률 $\frac{1}{2}$

(2) 주사위에서 5의 약수의 눈이 나올 확률 $\frac{1}{3}$

5의 약수: 1, 5

$$\therefore \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(3) 동전은 앞면이 나오고, 주사위는 5의 약수의 눈이 나올 확률 $\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

(4) 동전은 뒷면이 나오고, 주사위는 소수의 눈이 나올 확률 $\frac{1}{4}$

동전에서 뒷면이 나올 확률: $\frac{1}{2}$

주사위에서 소수의 눈이 나올 확률: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

... 두 사건 A, B 중 하나만 일어나거나 모두 일어나지 않을 확률 ...

두 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p , 사건 B가 일어날 확률을 q 라 하면

① 사건 A가 일어나고 사건 B가 일어나지 않을 확률

$$\rightarrow p \times (1-q)$$

② 사건 A가 일어나지 않고 사건 B가 일어날 확률

$$\rightarrow (1-p) \times q$$

③ 두 사건 A, B가 모두 일어나지 않을 확률

$$\rightarrow (1-p) \times (1-q)$$

03 (문제를 맞힐 확률) 다음을 구하시오.

(1) 어떤 문제를 A, B 두 사람이 맞힐 확률이 각각 $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{10}$ 일 때, 두 사람 모두 문제를 맞힐 확률 $\frac{1}{4}$

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{4}$$

(2) 어떤 문제를 A, B 두 사람이 맞힐 확률이 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ 일 때, A만 문제를 맞힐 확률 $\frac{1}{3}$

$$\frac{2}{3} \times (1 - \frac{1}{2}) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

(3) 어떤 문제를 A, B 두 사람이 맞힐 확률이 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ 일 때, 두 사람 모두 문제를 맞히지 못할 확률 $\frac{1}{12}$

$$(1 - \frac{2}{3}) \times (1 - \frac{3}{4}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

04 (합격, 불합격에 대한 확률) 다음을 구하시오.

(1) 어떤 시험에 A, B 두 사람이 합격할 확률이 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$ 일 때, 두 사람 모두 합격할 확률 $\frac{1}{5}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

(2) 어떤 시험에 A, B 두 사람이 합격할 확률이 각각 $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$ 일 때, B만 합격할 확률 $\frac{1}{8}$

$$(1 - \frac{5}{6}) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{8}$$

(3) 어떤 시험에 A, B 두 사람이 합격할 확률이 각각 $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{14}$ 일 때, 두 사람 모두 불합격할 확률 $\frac{1}{4}$

$$(1 - \frac{3}{10}) \times (1 - \frac{9}{14}) = \frac{7}{10} \times \frac{5}{14} = \frac{1}{4}$$

05 (명중률) 다음을 구하시오.

(1) A, B 두 사람의 명중률이 각각 $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{5}$ 일 때, 두 사람 모두 과녁을 명중시키지 못할 확률 $\frac{1}{15}$

$$(1 - \frac{5}{6}) \times (1 - \frac{3}{5}) = \frac{1}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{15}$$

(2) 14발을 쏘면 7발을 명중시키는 양궁 선수가 연속하여 두 번 화살을 쏘았을 때, 처음 화살만 명중시킬 확률 $\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(3) 자유투 성공률이 60 %인 어떤 농구 선수가 연속하여 자유투 2개를 던질 때, 모두 성공할 확률 $\frac{9}{25}$

$$60\% = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

06 (두 사람이 만날 확률) 다음을 구하시오.

(1) 명호와 희수가 약속 시간을 지킬 확률은 각각 $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ 일 때, 두 사람이 약속 시간에 만나지 못할 확률 $\frac{2}{5}$

$$\text{두 사람이 약속 시간에 만날 확률: } \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore (\text{두 사람이 약속 시간에 만나지 못할 확률}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

(2) 영란이가 약속 시간을 지킬 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고, 민규가 약속 시간을 지키지 못할 확률은 $\frac{1}{4}$ 일 때, 두 사람이 약속 시간에 만나지 못할 확률 $\frac{1}{2}$

$$\text{두 사람이 약속 시간에 만날 확률: } \frac{2}{3} \times (1 - \frac{1}{4}) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore (\text{두 사람이 약속 시간에 만나지 못할 확률}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(3) 성준이가 약속 시간을 지키지 못할 확률은 $\frac{3}{7}$ 이고, 경미가 약속 시간을 지킬 확률은 $\frac{3}{4}$ 일 때, 두 사람이 약속 시간에 만나지 못할 확률 $\frac{4}{7}$

$$\text{두 사람이 약속 시간에 만날 확률: } (1 - \frac{3}{7}) \times \frac{3}{4} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{7}$$

$$\therefore (\text{두 사람이 약속 시간에 만나지 못할 확률}) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

... 두 사건 A, B 중 적어도 하나가 일어날 확률

두 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p , 사건 B가 일어날 확률을 q 라 하면

(두 사건 A, B 중 적어도 하나가 일어날 확률)

$$= 1 - (\text{두 사건 A, B가 모두 일어나지 않을 확률})$$

$$= 1 - (1-p) \times (1-q)$$

07 다음을 구하시오.

- (1) A 주머니에는 흰 공 1개, 검은 공 2개가 들어 있고
B 주머니에는 흰 공 1개, 검은 공 4개가 들어 있다.
두 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낼 때, 적어도 한 개는 흰 공일 확률 $\frac{7}{15}$

1-(두 주머니에서 모두 검은 공이 나올 확률)

$$= 1 - \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

- (2) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 짝수의 눈이 나올 확률 $\frac{3}{4}$

1-(두 개 모두 홀수의 눈이 나올 확률)

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- (3) 어떤 문제를 A, B 두 사람이 맞힐 확률이 각각 $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$ 일 때, 적어도 한 사람은 문제를 맞힐 확률 $\frac{4}{5}$

1-(두 사람 모두 문제를 맞히지 못할 확률)

$$= 1 - \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

- (4) A, B 두 사람이 약속 시간에 늦을 확률이 각각 $\frac{3}{8}$,

$$\frac{1}{5} \text{ 일 때, 적어도 한 사람은 약속 시간에 늦을 확률 } \frac{1}{2}$$

1-(두 사람 모두 약속 시간에 늦지 않을 확률)

$$= 1 - \left(1 - \frac{3}{8}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

- (5) A, B, C의 합격률이 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ 일 때, 적어도 한 명이 합격할 확률 $\frac{9}{10}$

1-(세 명 모두 불합격할 확률)

$$= 1 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

- (6) 사격 선수 A, B, C의 명중률이 각각 60 %, 50 %, 75 %일 때, 적어도 한 선수가 과녁을 명중시킬 확률

$$60\% = \frac{3}{5}, 50\% = \frac{1}{2}, 75\% = \frac{3}{4} \text{ 이므로 } \frac{19}{20}$$

1-(세 선수 모두 과녁을 명중시키지 못할 확률)

$$= 1 - \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

... 확률의 덧셈과 곱셈 (1)

확률의 곱셈을 이용하여 각 사건의 확률을 구한 후 각 사건의 확률을 더한다.

08 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수에 대하여 다음을 구하시오.

- (1) 두 눈의 수가 모두 짝수이거나 모두 3의 약수일 확률

$$\text{모두 짝수일 확률: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad \frac{13}{36}$$

$$\text{모두 3의 약수일 확률: } \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{13}{36}$$

- (2) 두 눈의 수가 모두 4의 배수이거나 모두 홀수일 확률

$$\text{모두 4의 배수일 확률: } \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \quad \frac{5}{18}$$

$$\text{모두 홀수일 확률: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{36} + \frac{1}{4} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

- (3) 두 눈의 수가 모두 소수이거나 모두 4의 배수일 확률

$$\text{모두 소수일 확률: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad \frac{5}{18}$$

$$\text{모두 4의 배수일 확률: } \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$\therefore \frac{1}{4} + \frac{1}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

- (4) 두 눈의 수가 모두 6의 약수이거나 모두 5의 배수일 확률

$$\text{모두 6의 약수일 확률: } \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \quad \frac{17}{36}$$

$$\text{모두 5의 배수일 확률: } \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$\therefore \frac{4}{9} + \frac{1}{36} = \frac{17}{36}$$

- (5) 두 눈의 수가 모두 홀수이거나 모두 짝수일 확률

$$\text{모두 홀수일 확률: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2}$$

$$\text{모두 짝수일 확률: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

09 두 상자 A, B에 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 카드가 9장씩 들어 있다. 두 상자에서 각각 카드를 한 장씩 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 카드에 적힌 두 수의 합이 홀수일 확률 $\frac{40}{81}$

$$A \text{ 상자는 홀수, } B \text{ 상자는 짝수일 확률: } \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{20}{81}$$

$$A \text{ 상자는 짝수, } B \text{ 상자는 홀수일 확률: } \frac{4}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{20}{81}$$

$$\therefore \frac{20}{81} + \frac{20}{81} = \frac{40}{81}$$

(2) 카드에 적힌 두 수의 합이 짝수일 확률 $\frac{41}{81}$

$$\text{두 상자 모두 홀수일 확률: } \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{25}{81}$$

$$\text{두 상자 모두 짝수일 확률: } \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$$

$$\therefore \frac{25}{81} + \frac{16}{81} = \frac{41}{81}$$

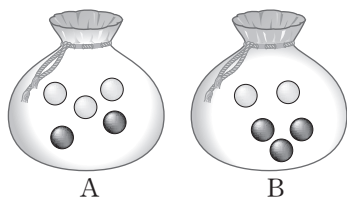
(3) 카드에 적힌 두 수가 모두 3의 배수이거나 5의 배수일 확률 $\frac{10}{81}$

$$\text{두 상자 모두 3의 배수일 확률: } \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\text{두 상자 모두 5의 배수일 확률: } \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{81}$$

$$\therefore \frac{1}{9} + \frac{1}{81} = \frac{10}{81}$$

10 A 주머니에는 흰 공이 3개, 검은 공이 2개 들어 있고, B 주머니에는 흰 공이 2개, 검은 공이 3개 들어 있다. 다음을 구하시오.



(1) 두 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낼 때, 서로 다른 색의 공이 나올 확률 $\frac{13}{25}$

$$A \text{ 주머니에서 흰 공, } B \text{ 주머니에서 검은 공이 나올 확률: } \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

$$A \text{ 주머니에서 검은 공, } B \text{ 주머니에서 흰 공이 나올 확률: } \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

$$\therefore \frac{9}{25} + \frac{4}{25} = \frac{13}{25}$$

(2) 임의로 한 주머니를 골라 한 개의 공을 꺼낼 때, 검은 공이 나올 확률 $\frac{1}{2}$

$$A \text{ 주머니를 고르고 } A \text{ 주머니에서 검은 공이 나올 확률: } \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$B \text{ 주머니를 고르고 } B \text{ 주머니에서 검은 공이 나올 확률: } \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$$

$$\therefore \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

... 확률의 덧셈과 곱셈 (2) ...

두 사건 A, B 가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A 가 일어날 확률을 p , 사건 B 가 일어날 확률을 q 라 하면

(두 사건 A, B 중 하나만 일어날 확률)

= (사건 A 가 일어나고 사건 B 가 일어나지 않을 확률)

+ (사건 A 가 일어나지 않고 사건 B 가 일어날 확률)

$$= \boxed{p \times (1-q)} + \boxed{(1-p) \times q}$$

11 다음을 구하시오.

(1) 어떤 자격 시험에서 민지가 합격할 확률이 $\frac{5}{8}$, 선재가

합격할 확률이 $\frac{3}{4}$ 일 때, 두 사람 중 한 사람만 자격

시험에 합격할 확률 $\frac{7}{16}$

$$\text{민지만 합격할 확률: } \frac{5}{8} \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{5}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{32}$$

$$\text{선재만 합격할 확률: } \left(1 - \frac{5}{8}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{32}$$

$$\therefore \frac{5}{32} + \frac{9}{32} = \frac{14}{32} = \frac{7}{16}$$

(2) 일기예보에 따르면 이번 주 월요일에 비가 올 확률은 $\frac{2}{5}$, 화요일에 비가 올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이라 할 때, 이들 중

하루만 비가 올 확률 $\frac{7}{15}$

$$\text{월요일만 비가 올 확률: } \frac{2}{5} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

$$\text{화요일만 비가 올 확률: } \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \frac{4}{15} + \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$$

(3) 선호는 수학 시험 객관식 문제 중에서 마지막 두 문제를 풀지 못해 임의로 답을 적어 제시하였다. 객관식 문제는 정답이 한 개인 오지선다형일 때, 두 문제 중 한 문제만 맞힐 확률 $\frac{8}{25}$

$$\frac{1}{5} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) + \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{8}{25}$$



13

연속하여 꺼내는 경우의 확률

2 확률

- (1) 꺼낸 것을 다시 넣고 꺼내는 경우: 처음에 일어나는 사건이 나중에 일어나는 사건에 영향을 주지 않는다.
→ 처음에 꺼낼 확률과 나중에 꺼낼 확률이 같다.
 - (2) 꺼낸 것을 다시 넣지 않고 꺼내는 경우: 처음에 일어나는 사건이 나중에 일어나는 사건에 영향을 준다.
→ 처음에 꺼낼 확률과 나중에 꺼낼 확률이 다르다.
- 예 노란 공 2개, 파란 공 3개가 들어 있는 주머니에서 공을 한 개씩 두 번 임의로 꺼낼 때, 2개 모두 노란 공일 확률은
- 꺼낸 공을 다시 넣을 때: $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$
 - 꺼낸 공을 다시 넣지 않을 때: $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

연속하여 꺼내는 경우의 확률

— 꺼낸 것을 다시 넣는 경우

처음에 일어난 사건이 나중에 일어나는 사건에 영향을

주지 않는다.

→ (처음에 꺼낼 때의 전체 개수)

= (나중에 꺼낼 때의 전체 개수)

01 빨간 공 5개, 파란 공 4개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내 확인하고 넣은 후 다시 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 첫 번째는 빨간 공이 나올 확률 $\frac{5}{9}$

(2) 두 번째는 빨간 공이 나올 확률 $\frac{5}{9}$

(3) 두 번 모두 빨간 공이 나올 확률 $\frac{25}{81}$
 $\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{25}{81}$

02 다음을 구하시오. (단, 꺼낸 것은 다시 넣는다.)

(1) 흰 공 3개, 검은 공 6개가 들어 있는 주머니에서 공을 한 개씩 두 번 임의로 꺼낼 때, 두 번 모두 검은 공이 나올 확률 $\frac{4}{9}$

$$\frac{6}{9} \times \frac{6}{9} = \frac{4}{9}$$

(2) 3개의 당첨 제비를 포함한 10개의 제비가 들어 있는 상자에서 제비를 한 개씩 두 번 임의로 꺼낼 때, 두 번 모두 당첨 제비가 나올 확률 $\frac{9}{100}$

$$\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$$

(3) 빨간 풍선 4개, 노란 풍선 6개가 들어 있는 상자에서 한 개씩 차례로 2개의 풍선을 임의로 꺼낼 때, 첫 번째는 빨간 풍선, 두 번째는 노란 풍선이 나올 확률 $\frac{6}{25}$

$$\frac{4}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{6}{25}$$

(4) 흰 바둑돌 7개, 검은 바둑돌 5개가 들어 있는 주머니에서 한 개씩 차례로 2개의 바둑돌을 임의로 꺼낼 때, 첫 번째는 흰 바둑돌, 두 번째는 검은 바둑돌이 나올 확률 $\frac{35}{144}$

$$\frac{7}{12} \times \frac{5}{12} = \frac{35}{144}$$

연속하여 꺼내는 경우의 확률

— 꺼낸 것을 다시 넣지 않는 경우 —

처음에 일어난 사건이 나중에 일어나는 사건에 영향을 **준다**.

→ (처음에 꺼낼 때의 전체 개수)

$\neq$ (나중에 꺼낼 때의 전체 개수)

- 03** 빨간 공 5개, 파란 공 4개가 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 연속하여 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.
(단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

(1) 첫 번째는 빨간 공이 나올 확률 $\frac{5}{9}$

(2) 두 번째는 빨간 공이 나올 확률 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

(3) 두 번 모두 빨간 공이 나올 확률 $\frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$

- 04** 흰 공 7개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 연속하여 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.
(단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

(1) 첫 번째는 흰 공이 나올 확률 $\frac{7}{10}$

(2) 두 번째는 검은 공이 나올 확률 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

(3) 첫 번째는 흰 공, 두 번째는 검은 공이 나올 확률 $\frac{7}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{30}$

- 05** 다음을 구하시오. (단, 꺼낸 것은 다시 넣지 않는다.)

(1) 흰 공 3개, 검은 공 6개가 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 연속하여 임의로 꺼낼 때, 2개 모두 검은 공이 나올 확률 $\frac{5}{12}$

$$\frac{6}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{12}$$

(2) 빨간 구슬 4개, 노란 구슬 6개가 들어 있는 상자에서 2개의 구슬을 연속하여 임의로 꺼낼 때, 첫 번째는 빨간 구슬, 두 번째는 노란 구슬이 나올 확률 $\frac{4}{15}$

$$\frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{4}{15}$$

(3) 흰 바둑돌 7개, 검은 바둑돌 5개가 들어 있는 주머니에서 2개의 바둑돌을 연속하여 임의로 꺼낼 때, 첫 번째는 흰 바둑돌, 두 번째는 검은 바둑돌이 나올 확률 $\frac{35}{132}$

$$\frac{7}{12} \times \frac{5}{11} = \frac{35}{132}$$

- 06** 10개의 제비 중 3개의 당첨 제비가 들어 있는 상자에서 재석이가 희선이가 차례로 제비를 한 개씩 임의로 뽑을 때, 다음을 구하시오. (단 뽑은 제비는 다시 넣지 않는다.)

(1) 희선이란 당첨될 확률 $\frac{7}{30}$

재석이가 당첨 제비를 뽑지 못할 확률: $\frac{7}{10}$

희선이가 당첨 제비를 뽑을 확률: $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$$\therefore \frac{7}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{30}$$

(2) 두 사람 모두 당첨될 확률 $\frac{1}{15}$

재석이가 당첨 제비를 뽑을 확률: $\frac{3}{10}$

희선이가 당첨 제비를 뽑을 확률: $\frac{2}{9}$

$$\therefore \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

(3) 두 사람 모두 당첨되지 않을 확률 $\frac{7}{15}$

재석이가 당첨 제비를 뽑지 못할 확률: $\frac{7}{10}$

희선이가 당첨 제비를 뽑지 못할 확률: $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$$\therefore \frac{7}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{15}$$



14

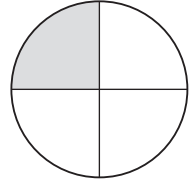
도형에서의 확률

2 확률

도형으로 주어진 조건을 이용하여 확률을 구할 때, 일어나는 모든 경우의 수는 도형의 전체 넓이로, 어떤 사건이 일어나는 경우의 수는 도형에서 해당하는 부분의 넓이로 생각한다.

$$\rightarrow (\text{도형에서의 확률}) = \frac{(\text{해당하는 부분의 넓이})}{(\text{도형의 전체 넓이})}$$

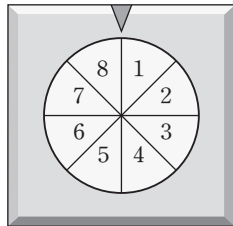
예 오른쪽 그림과 같이 4등분된 원판에 화살을 쏘 때, 화살이 원판을 벗어나거나 경계선을 맞히는 경우가 없다고 하면 색칠한 부분을 맞힐 확률은

$$\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{전체 넓이})} = \frac{1}{4}$$


도형에서의 확률

$$(\text{도형에서의 확률}) = \frac{(\text{해당하는 부분의 } \boxed{\text{넓이}})}{(\text{도형 } \boxed{\text{전체의 넓이}})}$$

01 오른쪽 그림과 같이 8등분된 원판을 돌린 후 멈추었을 때, 다음을 구하시오. (단, 바늘이 경계선을 가리키는 경우는 없다.)



(1) 바늘이 3보다 작은 수를 가리킬 확률 $\frac{1}{4}$

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(2) 바늘이 6 이상의 수를 가리킬 확률 $\frac{3}{8}$

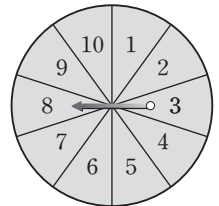
(3) 바늘이 3의 배수를 가리킬 확률 $\frac{1}{4}$

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(4) 바늘이 소수를 가리킬 확률 $\frac{1}{2}$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

02 오른쪽 그림과 같이 10등분된 원판을 돌린 후 멈추었을 때, 다음을 구하시오. (단, 바늘이 경계선을 가리키는 경우는 없다.)



(1) 바늘이 5보다 큰 수를 가리킬 확률 $\frac{1}{2}$

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

(2) 바늘이 3 미만의 수를 가리킬 확률 $\frac{1}{5}$

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

(3) 바늘이 8 이상의 수를 가리킬 확률 $\frac{3}{10}$

(4) 바늘이 4의 배수를 가리킬 확률 $\frac{1}{5}$

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

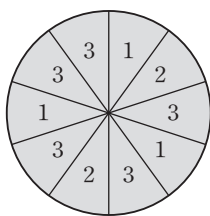
(5) 바늘이 10의 약수를 가리킬 확률 $\frac{2}{5}$

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

(6) 바늘이 소수를 가리킬 확률 $\frac{2}{5}$

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

- 03** 오른쪽 그림과 같이 10등분된 원판에 화살을 쏠 때, 다음을 구하시오.
(단, 화살이 원판을 벗어나거나 경계선을 맞히는 경우는 없다.)

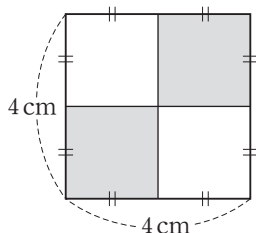


(1) 1이 적힌 부분을 맞힐 확률 $\frac{3}{10}$

(2) 2가 적힌 부분을 맞힐 확률 $\frac{1}{5}$
 $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

(3) 3이 적힌 부분을 맞힐 확률 $\frac{1}{2}$
 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

- 04** 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형 모양의 표적에 화살을 쏠 때, 다음을 구하시오. (단, 화살이 표적을 벗어나거나 경계선을 맞히는 경우는 없다.)

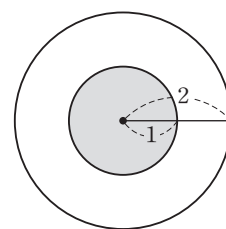


(1) 표적의 넓이 16 cm^2
 $4 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$

(2) 색칠한 부분의 넓이 8 cm^2
 $4 \times 2 = 8(\text{cm}^2)$

(3) 색칠한 부분을 맞힐 확률 $\frac{1}{2}$
 $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

- 05** 오른쪽 그림과 같이 중심이 같고 반지름의 길이가 각각 1, 2인 원으로 이루어진 표적에 화살을 쏠 때, 다음을 구하시오.
(단, 화살이 표적을 벗어나거나 경계선을 맞히는 경우는 없다.)



(1) 표적의 넓이 4π

$\pi \times 2^2 = 4\pi$

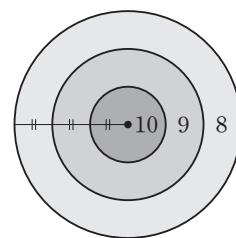
(2) 색칠한 부분의 넓이 π

(3) 색칠하지 않은 부분의 넓이 3π

$4\pi - \pi = 3\pi$

(4) 색칠하지 않은 부분을 맞힐 확률 $\frac{3}{4}$
 $\frac{3\pi}{4\pi} = \frac{3}{4}$

- 06** 오른쪽 그림과 같은 과녁에 화살을 쏘아서 맞힌 부분의 숫자를 점수로 얻는다고 한다. 화살을 한번 쏠 때, 다음을 구하시오.
(단, 화살이 과녁을 벗어나거나 경계선을 맞히는 경우는 없다.)



(1) 10점을 얻을 확률 $\frac{1}{9}$

세 원의 반지름을 각각 $x, 2x, 3x$ 라 하면 세 원의 넓이는 각각 $\pi x^2, 4\pi x^2, 9\pi x^2$

$\therefore \frac{(\text{10점 부분의 넓이})}{(\text{전체 과녁의 넓이})} = \frac{\pi x^2}{9\pi x^2} = \frac{1}{9}$

(2) 9점을 얻을 확률 $\frac{1}{3}$

$\frac{(\text{9점 부분의 넓이})}{(\text{전체 과녁의 넓이})} = \frac{4\pi x^2 - \pi x^2}{9\pi x^2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

(3) 8점을 얻을 확률 $\frac{5}{9}$

$\frac{(\text{8점 부분의 넓이})}{(\text{전체 과녁의 넓이})} = \frac{9\pi x^2 - 4\pi x^2}{9\pi x^2} = \frac{5}{9}$



내신 도전

01 다음 사건 중에서 확률이 가장 큰 것은?

- ① 동전 한 개를 던질 때, 뒷면이 나온다.
- ② 두 사람이 가위바위보를 할 때, 비긴다.
- ③ 주사위 한 개를 던질 때, 나오는 눈의 수가 소수이다.
- ④ 주사위 한 개를 던질 때, 나오는 눈의 수가 4의 배수이다.
- ✓⑤ 주사위 한 개를 던질 때, 나오는 눈의 수가 6의 약수이다.

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ③ $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

02 A, B, C, D, E 5명을 한 줄로 세울 때, A와 E가 서로 이웃하여 설 확률은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{11}{30}$
- ✓④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{13}{30}$

모든 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

A와 E가 이웃하여 서는 경우의 수는 $(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 48$

따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$

03 0, 2, 4, 6의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 두 자리 자연수를 만들 때, 그 수가 40보다 작을 확률은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ✓③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

모든 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$

40보다 작은 두 자리 자연수의 개수는 20, 24, 26의 3개이므로 구하는 확률은

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

04 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㄱ. 사건 A가 일어날 확률을 p 라 할 때, $0 < p < 1$ 이다.
- ㄴ. 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.
- ㄷ. 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다.
- ㄹ. 사건 A가 일어날 확률을 p 라 할 때, 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $p - 1$ 이다.

- ① 0개 ② 1개 ✓③ 2개
- ④ 3개 ⑤ 4개

ㄱ. 사건 A가 일어날 확률을 p 라 할 때, $0 \leq p \leq 1$ 이다.

ㄹ. 사건 A가 일어날 확률을 p 라 할 때, 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1 - p$ 이다.

05 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 곱이 4 이상일 확률을 구하시오. $\frac{11}{36}$

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

두 눈의 수의 곱이 4 미만인 경우는 (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 1)의

5가지이므로 그 확률은 $\frac{5}{36}$

따라서 구하는 확률은

$1 - (\text{두 눈의 수의 곱이 4 미만일 확률}) = 1 - \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$

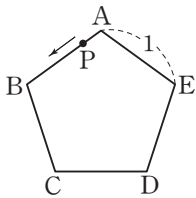
06 신영이네 반 학생 25명은 각각 1번부터 25번까지 자신의 번호를 가지고 있다. 선생님이 한 학생의 번호를 임의로 불러 질문을 하려고 할 때, 부른 번호가 4의 배수이거나 7의 배수일 확률은?

- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{3}{25}$ ③ $\frac{6}{25}$
- ✓④ $\frac{9}{25}$ ⑤ $\frac{18}{25}$

4의 배수일 확률은 $\frac{6}{25}$, 7의 배수일 확률은 $\frac{3}{25}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{25} + \frac{3}{25} = \frac{9}{25}$

- 07** 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정오각형 ABCDE가 있다. 점 P가 꼭짓점 A에서 출발하여 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수의 합만큼 시계 반대 방향으로 변을 따라 이동한다고 하자. 점 P가 꼭짓점 E에 있을 확률은?



- ① $\frac{5}{36}$ ☒ ② $\frac{7}{36}$ ③ $\frac{2}{9}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

점 P가 꼭짓점 E에 있는 경우는 두 눈의 수의 합이 4 또는 9일 때이다.

두 눈의 수의 합이 4인 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지이므로

그 확률은 $\frac{3}{36} (= \frac{1}{12})$

두 눈의 수의 합이 9인 경우는 (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지이므로

그 확률은 $\frac{4}{36} (= \frac{1}{9})$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36} + \frac{4}{36} = \frac{7}{36}$

- 08** 500원짜리 동전 1개, 100원짜리 동전 1개, 주사위 1개를 동시에 던질 때, 동전은 모두 앞면이 나오고 주사위는 6의 약수의 눈이 나올 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{5}$ ☒ ⑤ $\frac{1}{6}$

두 동전 모두 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

주사위에서 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6의 4가지이므로

그 확률은 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

- 09** 종수와 은별이가 오후 4시에 도서관 정문에서 만나기로 약속을 하였는데 종수와 은별이가 오후 4시에 도서관 정문에 가지 못할 확률이 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ 일 때, 오후 4시에 두 사람이 도서관 정문에서 만나지 못할 확률을 구하시오. $\frac{13}{15}$

두 사람이 오후 4시에 도서관 정문에 갈 확률은 각각

$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ 이므로

두 사람이 약속 시간에 도서관 정문에서 만날 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}$

- 10** 한 개의 주사위를 연속하여 두 번 던질 때, 적어도 한 번은 6의 눈이 나올 확률은?

- ☒ ① $\frac{11}{36}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{5}{9}$
 ④ $\frac{25}{36}$ ⑤ $\frac{35}{36}$

두 번 모두 6의 눈이 나오지 않을 확률은 $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$

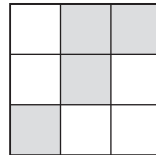
- 11** 흰 공 2개, 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 하나씩 차례로 2개의 공을 꺼낼 때, 두 번 모두 흰 공이 나올 확률을 구하려고 한다. 꺼낸 공을 다시 넣을 때의 확률을 p , 꺼낸 공을 다시 넣지 않을 때의 확률을 q 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ☒ ③ $\frac{5}{12}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

$p = \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$, $q = \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$\therefore p+q = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$

- 12** 오른쪽 그림과 같이 9등분된 정사각형 모양의 과녁에 화살을 두 번 쏠 때, 두 번 모두 색칠한 부분을 맞힐 확률을 구하시오. (단, 화살이 과녁을 벗어나거나 경계 선을 맞는 경우는 없다.) $\frac{16}{81}$



화살을 한 번 쏠 때, 색칠한 부분을 맞힐 확률은 $\frac{4}{9}$ 이므로

구하는 확률은 $\frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$



대단원 평가

- 01 주사위 한 개를 두 번 던져서 첫 번째에 나온 눈의 수를 x , 두 번째에 나온 눈의 수를 y 라 할 때, $2x+y=8$ 이 되는 경우의 수는?

① 2 ✓② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

$2x+y=8$ 이 되는 경우는 (1, 6), (2, 4), (3, 2)의 3가지이다.

- 02 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 4 또는 7인 경우의 수는?

① 6 ② 7 ③ 8
✓④ 9 ⑤ 10

합이 4인 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

합이 7인 경우는 (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)의 6가지

따라서 구하는 경우의 수는 $3+6=9$

- 03 상자 속에 1에서 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20개의 공이 들어 있다. 이 상자 속에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 3의 배수 또는 7의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수는?

① 7 ✓② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 12

$6+2=8$

- 04 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 다음 사건 중 경우의 수가 가장 큰 것은?

✓① 소수가 적힌 카드가 나온다.
② 4의 배수가 적힌 카드가 나온다.
③ 20의 약수가 적힌 카드가 나온다.
④ 17 이상의 자연수가 적힌 카드가 나온다.
⑤ 5의 배수 또는 6의 배수가 적힌 카드가 나온다.

① 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8가지

② 4, 8, 12, 16, 20의 5가지

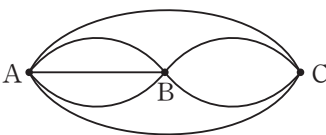
③ 1, 2, 4, 5, 10, 20의 6가지

④ 17, 18, 19, 20의 4가지

⑤ 5의 배수는 5, 10, 15, 20의 4가지, 6의 배수는 6, 12, 18의 3가지이므로
 $4+3=7$

따라서 경우의 수가 가장 큰 것은 ①이다.

- 05 A 지점에서 C 지점까지 가는 길이 다음 그림과 같을 때, A 지점에서 C 지점까지 가는 경우의 수는?



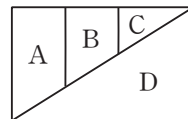
① 5 ② 6 ③ 7
✓④ 8 ⑤ 9

A → C: 2가지

A → B → C: $3 \times 2 = 6$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $2+6=8$

- 06 오른쪽 그림과 같이 A, B, C, D 네 부분으로 나누어진 도형에 서로 다른 5가지 색깔의 색연필을 사용하여 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 사용해도 좋으나 이웃한 부분은 서로 다른 색을 칠하는 경우의 수를 구하시오. 180



$5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$

- 07** 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 세 자리 자연수를 만들어 작은 수부터 크기순으로 나열했을 때, 16번째인 수를 구하시오. **324**

백의 자리가 1인 수의 개수는 $3 \times 2 = 6$

백의 자리가 2인 수의 개수는 $3 \times 2 = 6$

백의 자리가 3, 십의 자리가 1인 수의 개수는 2

15번째 수는 321, 16번째 수는 324

- 08** 0부터 6까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 7장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 세 자리의 자연수를 만들 때, 일의 자리가 항상 2인 자연수의 개수는?

① 10

② 15

③ 20

✓④ 25

⑤ 30

□□2: $5 \times 5 = 25$

- 09** A, B, C, D 4명의 학생이 있다. 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 a 이고, 4명을 한 줄로 세울 때 C와 D가 이웃하여 서는 경우의 수는 b 이다. 이때 $a+b$ 의 값은?

① 30

② 34

✓③ 36

④ 38

⑤ 40

4명의 학생이 한 줄로 서는 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \quad \therefore a = 24$

C와 D가 이웃하여 서는 경우의 수는

$(3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 12 \quad \therefore b = 12$

$\therefore a+b=24+12=36$

- 10** 남학생 3명, 여학생 5명이 있다. 회장 1명과 남자 부회장 1명, 여자 부회장 1명을 뽑는 경우의 수를 구하시오. **90**

(i) 회장이 남학생인 경우: $(3 \times 2) \times 5 = 30$

(ii) 회장이 여학생인 경우: $(5 \times 4) \times 3 = 60$

따라서 구하는 경우의 수는 $30 + 60 = 90$

- 11** 7개의 야구팀이 각 팀과 한 번씩 경기를 갖는다면 모두 몇 번의 경기를 해야 하는가?

✓① 21번

② 28번

③ 35번

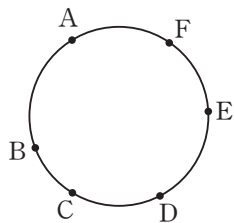
④ 42번

⑤ 49번

자격이 같은 대표 2명 뽑는 경우와 같으므로

$$\frac{7 \times 6}{2} = 21(\text{번})$$

- 12** 오른쪽 그림과 같이 원 위에 6개의 점 A, B, C, D, E, F가 있다. 이때 6개의 점 중에서 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수와 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 차례로 구하면?



① 10, 10

✓② 15, 20

③ 10, 30

④ 20, 15

⑤ 20, 30

선분의 개수는 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{6 \times 5}{2} = 15$$

삼각형의 개수는 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$



대단원 평가

- 13** 사건 A 가 일어날 확률을 p , 일어나지 않을 확률을 q 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ✓ ① $0 \leq pq < 1$ ② $0 < p < 1$
 ③ $p+q < 1$ ④ $p-q=2$
 ⑤ $q=0$ 이면 사건 A 는 절대로 일어나지 않는다.
 ② $0 \leq p \leq 1$ ③ $p+q=1$ ④ $1-p=q$
 ⑤ $q=0$ 이면 $p=1$ 이므로 사건 A 는 반드시 일어난다.

- 14** 파란색을 포함하여 서로 다른 12가지의 색의 색연필 중에서 한 개를 임의로 선택할 때, 그 색연필이 파란색이 아닐 확률은?

- ① 0 ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ✓ ⑤ $\frac{11}{12}$
 $1 - (\text{파란색일 확률}) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$

- 15** 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 세 자리 자연수를 만들 때, 그 수가 홀수일 확률은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ✓ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$
 만들 수 있는 세 자리 자연수는 $4 \times 4 \times 3 = 48$ (개)
 $\square\square 1: 3 \times 3 = 9$ (개)
 $\square\square 3: 3 \times 3 = 9$ (개)
 따라서 구하는 확률은 $\frac{18}{48} = \frac{3}{8}$

- 16** 주머니 속에 모양과 크기가 같은 노란 공, 빨간 공, 파란 공이 총 20개 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때, 파란 공이 나올 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다. 노란 공이 4개일 때, 빨간 공의 개수를 구하시오. **10**

파란 공의 개수를 x 라 하면 $\frac{x}{20} = \frac{3}{5} \therefore x=6$
 따라서 빨간 공의 개수는 $20 - (4+6) = 10$

- 17** 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a , b 라 하자. 방정식 $ax-b=1$ 의 해가 1 또는 3이 될 확률은?

- ✓ ① $\frac{7}{36}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{13}{36}$
 ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

(i) $ax-b=1$ 의 해가 1인 경우

$a-b=1$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 $(2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$ 이므로 그 확률은 $\frac{5}{36}$

(ii) $ax-b=1$ 의 해가 3인 경우

$3a-b=1$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 2), (2, 5)$ 이므로 그 확률은 $\frac{2}{36} (= \frac{1}{18})$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은 $\frac{5}{36} + \frac{2}{36} = \frac{7}{36}$

- 18** 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, A 주사위는 홀수의 눈이 나오고 B 주사위는 6의 배수의 눈이 나올 확률은?

- ① $\frac{1}{24}$ ✓ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{6}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

A 주사위에서 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

B 주사위에서 6의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

- 19** 주머니 속에 모양과 크기가 같은 검은 공 3개와 흰 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 공을 하나씩 두 번 임의로 꺼낼 때, 두 번 모두 검은 공이 나올 확률은?

(단, 꺼낸 공은 다시 넣는다.)

- ① $\frac{2}{49}$ ② $\frac{6}{49}$ ✓ ③ $\frac{9}{49}$
 ④ $\frac{12}{49}$ ⑤ $\frac{16}{49}$
 $\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$

- 20** 10개의 제비 중 당첨 제비가 3개 있을 때, 유리와 수영이가 차례로 뽑아 모두 당첨 제비를 뽑을 확률은?

(단, 뽑은 제비는 다시 넣지 않는다.)

- ✓ ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$
 유리가 뽑을 때 당첨될 확률은 $\frac{3}{10}$
 수영이가 뽑을 때 당첨될 확률은 $\frac{2}{9}$
 따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$

- 21** 아버지, 어머니, 자녀 3명이 사진을 찍으려고 한 줄로 설 때, 아버지와 어머니가 양 끝에 설 확률은?

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$
 ✓ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{30}$
 5명의 가족이 일렬로 서는 경우의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
 부모님이 양 끝에 서는 경우의 수는 $(3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 12$
 따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{120} = \frac{1}{10}$

- 22** 은우는 수학 시험에서 3문제를 풀지 못해 무작위로 답을 체크하여 답안지를 제출하였다. 이때 적어도 한 문제를 맞힐 확률은? (단, 문제는 ○, × 문항이다.)

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ✓ ⑤ $\frac{7}{8}$

각 문제당 틀릴 확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로

한 문제도 못 맞힐 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

∴ $1 - (\text{한 문제도 못 맞힐 확률}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

- 23** 명중률이 각각 $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$ 인 두 명의 포수가 있다. 두 포수가 목표물을 향해 한 발씩 동시에 쏘았을 때, 목표물이 떨어질 확률은?

- ① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{8}{15}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ✓ ⑤ $\frac{4}{5}$

두 명의 포수 중 적어도 한 사람이 목표물을 맞힐 확률이므로

(두 포수 모두 명중하지 못할 확률) = $\frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$

∴ $1 - (\text{두 포수 모두 명중하지 못할 확률}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

- 24** 비가 온 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고, 비가 오지 않은 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{1}{4}$ 이라고 한다. 금요일에 비가 오지 않았을 때, 그 주 일요일에 비가 올 확률을 구하시오.

토요일에 비가 오고 일요일에도 비가 올 확률은 $\frac{17}{48}$

$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

토요일에 비가 오지 않고 일요일에 비가 올 확률은

$(1 - \frac{1}{4}) \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{6} + \frac{3}{16} = \frac{17}{48}$

Memo